

# 9

## TRASFERIMENTO IN FREQUENZA NEI CIRCUITI COMPLESSI

- 9.1 *La funzione di trasferimento di un circuito complesso*
  - 9.1.1 *Analisi nodale*
  - 9.1.2 *Capacità non interagenti*
  - 9.1.3 *Capacità interagenti*
- 9.2 *Metodo sintetico per il calcolo di poli interagenti*
  - 9.2.1 *Relazioni notevoli*
  - 9.2.2 *Coefficiente del termine di 1° grado*
  - 9.2.3 *Polo a frequenze superiori*
- 9.3 *Amplificatore Source (Emettitore) comune*
  - 9.3.1 *Amplificatore BJT con Emettitore comune*
  - 9.3.2 *Amplificatore Source (Emettitore) comune con carichi capacitivi*
- 9.4 *Comportamento in frequenza di amplificatori con resistenza al Source*
  - 9.4.1 *Calcolo dei poli dell'amplificatore a MOSFET*
  - 9.4.2 *Calcolo degli zeri dell'amplificatore*
  - 9.4.3 *Calcolo dei poli dell'amplificatore a BJT*
- 9.5 *Gli stadi disaccoppiatori di tensione*
  - 9.5.1 *Il Source follower.*
  - 9.5.2 *L'Emitter follower*
  - 9.5.3 *Pilotaggio di un carico capacitivo*
- 9.6 *Funzione di trasferimento di sistemi elettronici complessi*
  - 9.6.1 *Presenza di capacità di disaccoppiamento in serie al segnale*
  - 9.6.2 *Capacità non partecipanti alla funzione di trasferimento*
- 9.7 *Circuiti a banda larga : la configurazione CASCODE*
  - Snowball*

## 9.1 LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DI UN CIRCUITO COMPLESSO

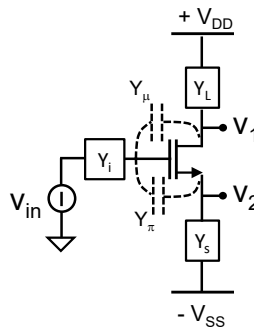
In questo capitolo vogliamo studiare il comportamento dei circuiti elettronici quando siano presenti molte capacità, eventualmente tra di loro interagenti. Come visto nel Cap.6, questo implica sia la formulazione della sua funzione di trasferimento che la sintetica esplorazione della sua risposta nel tempo ad un gradino di tensione.

### 9.1.1 Analisi nodale

Calcolare la funzione di trasferimento di un circuito complesso può non essere immediato. Un modo "sicuro" è quello di risolvere il sistema di equazioni di bilancio delle correnti e delle tensioni del circuito eseguita nella cornice della legge di Ohm generalizzata. Tuttavia anche nel caso dell'amplificatore a singolo transistor della Fig.9.1 questo può non essere banale. In questo caso, facendo i bilanci ai nodi di Gate, Source e Drain e generalizzando con  $Y$  le ammettenze dei rispettivi carichi giungeremmo alle seguenti espressioni :

- Guadagno di tensione tra il segnale  $v_{in}$  di ingresso e l'uscita  $v_1$  sul Drain (Collettore) del transistor, tipica degli stadi a guadagno di tensione :

$$\frac{v_1}{v_{in}} = \frac{-Y_i [g_m (Y_S - Y_\mu) - Y_\mu (Y_S + Y_\pi)]}{Y_S [Y_L (Y_\pi + Y_i + Y_\mu) + Y_\mu (Y_\pi + g_m + Y_i)] + Y_L [(Y_\pi + g_m)(Y_\mu + Y_i)] + Y_\mu Y_i (Y_\pi + g_m)} \quad (9.1)$$



**Fig. 9.1** Configurazione generale di uno stadio a transistor. Si è indicato con  $Y_\pi$ , nel caso del BJT, il parallelo tra  $\beta/g_m$  e  $C_\pi$  e, nel caso del MOSFET, la sola capacità  $C_{gs}$ .  $Y_\mu$  invece comprende, rispettivamente, la sola capacità  $C_\mu$  o la sola capacità  $C_{gd}$ .

- Guadagno di tensione tra il segnale  $v_{in}$  di ingresso e l'uscita sul Source (Emettitore) del transistor, tipico degli stadi follower di tensione:

$$\frac{v_2}{v_{in}} = \frac{Y_i(Y_L + Y_\mu)(g_m + Y_\pi)}{Y_S[Y_L(Y_\pi + Y_i + Y_\mu) + Y_\mu(Y_\pi + g_m + Y_i)] + Y_L[(Y_\pi + g_m)(Y_\mu + Y_i)] + Y_\mu Y_i(Y_\pi + g_m)} \quad (9.2)$$

I casi in cui le ammettenze  $Y$  siano reali, cioè rappresentino dei resistori, e le capacità del transistor siano nulle, corrispondono alle configurazioni circuitali più semplici e già analizzate nei Capitoli precedenti.

Il denominatore delle due espressioni è identico poiché i trasferimenti analizzati si riferiscono allo stesso circuito e quindi con gli stessi poli. Solo gli zeri differiscono perché i trasferimenti sono presi tra due punti diversi.

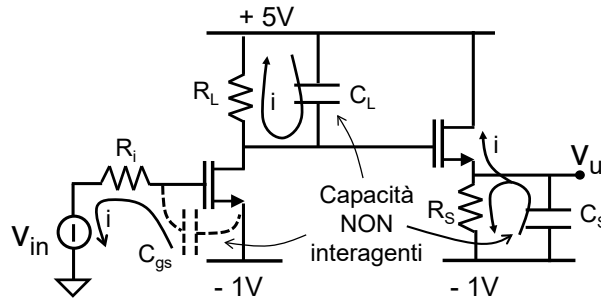
Se provaste anche voi a calcolare le (9.1) e (9.2) notereste che è un calcolo complicato, forse anche noioso ed in cui in definitiva non viene messo immediatamente in evidenza il peso di ogni componente circuitale nel determinare i poli e gli zeri della funzione di trasferimento né tanto meno viene chiarito come una singola capacità condizioni la risposta nel tempo del circuito. Le due espressioni (9.1) e (9.2) sono quindi precise e complete ma forse più adatte ad un computer che ad un vispo progettista.

Nei prossimi paragrafi vediamo come raggiungere il giusto compromesso tra precisione ed efficacia dell'analisi, mettendo a frutto le informazioni intuitive che abbiamo imparato nel Cap.6. Il fine è quello di arrivare a capire il comportamento di un circuito e di cercare di "costruire" la funzione di trasferimento sulla base di considerazioni circuitali "intuitive" e non necessariamente attraverso un calcolo di rete. Senza dimenticare che, benché tutti i poli indipendenti di un circuito concorrano a determinare la velocità con cui esso risponde al segnale forzante, l'espressione **del polo a più bassa frequenza** è spesso l'informazione più importante la cui ricerca è quindi imprescindibile.

### 9.1.2 Capacità NON interagenti

Spesso i circuiti hanno un numero cospicuo di elementi reattivi, tipicamente condensatori, indipendenti. Questo si traduce nella presenza di un ugual numero di poli nella funzione di trasferimento.

Quando le **capacità non** sono tra di loro **interagenti** (cioè **quando la corrente di scarica di ciascuna capacità non fluisce attraverso le altre o, equivalentemente, quando l'impedenza vista da una capacità non comprende le altre**) il denominatore della funzione di trasferimento è riconducibile al semplice prodotto di termini  $(1+s\tau_n)$  dove la costante di tempo  $\tau_n$  di ciascuno degli  $n$  poli è pari al prodotto della singola capacità  $C_n$  per la resistenza totale vista in parallelo dai suoi morsetti, come nell'esempio seguente:

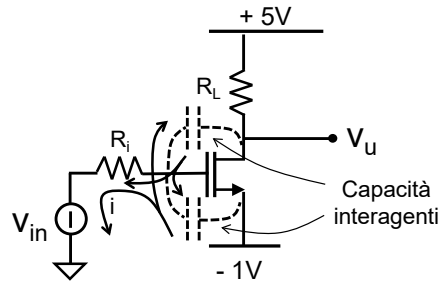


$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{R_s}{R_s + \frac{1}{gm_2}} \cdot \frac{1}{(1+sR_i C_{gs}) \cdot (1+sR_L C_L) \cdot (1+s\frac{1}{gm_2} \parallel R_s C_s)} \quad (9.3)$$

### 9.1.3 Capacità interagenti

La funzione di trasferimento assume invece una espressione al suo denominatore più complicata nel caso in cui le **capacità siano tra di loro interagenti**. In questo caso infatti la corrente di scarica di ciascuna di esse fluisce anche attraverso una o più delle altre capacità (o equivalentemente l'impedenza vista ai capi di ciascuna capacità comprende anche l'altra), come ad esempio nel circuito accanto.

In questo caso il denominatore della funzione di trasferimento contiene l'informazione dei due poli in modo meno esplicito rispetto all'esempio di (9.3), risultando ora nella forma di



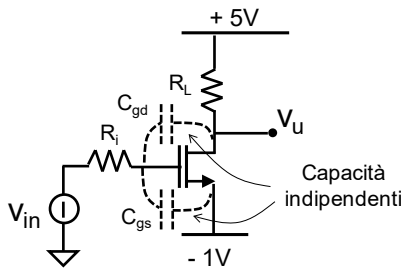
un'equazione di secondo grado (o di terzo grado se fossero tre, ecc.) del tipo seguente :

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{s^2 a + sb + 1} \quad (9.4)$$

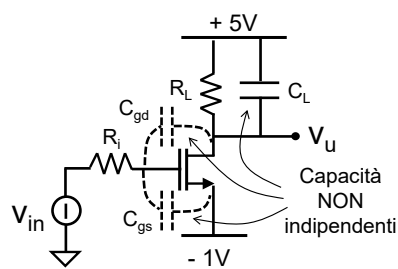
ed i poli  $s_1, s_2$  vengono ricavati risolvendo l'equazione al denominatore.

**Capacità indipendenti**

Il numero di poli di una rete è pari al numero di elementi reattivi **indipendenti**.



$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} \text{ con due poli.}$$



$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} \text{ ancora con due poli.}$$

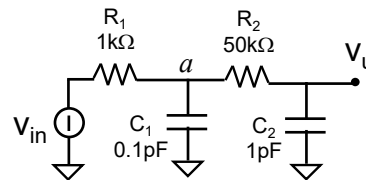
Le 3 capacità della figura a destra NON sono indipendenti tra di loro. Infatti solo in due di esse è possibile scegliere liberamente la carica da mettere sui piatti (o la tensione ai capi). Una volta fatto ciò su due capacità, infatti, la terza capacità ha la carica (o la tensione) vincolata dalla totale tensione ai capi della serie di capacità (6V in questo esempio) : la carica o la tensione nella terza capacità non è più definibile liberamente dall'utente. Il suo valore è perciò **dipendente** dalle scelte precedentemente fatte sulle altre due capacità.

Un caso tipico di capacità NON indipendenti è proprio la serie di capacità su una maglia con un generatore di tensione esterno.

## 9.2 METODO SINTETICO PER IL CALCOLO DI POLI INTERAGENTI

Vediamo di ragionare sull'espressione di 2° grado al denominatore di una funzione di trasferimento appoggiandoci ad un semplice esempio come la rete RC-RC accanto in cui si hanno 2 capacità indipendenti ed interagenti che concorrono entrambe a definire la funzione di trasferimento tra ingresso ed uscita.

La funzione di trasferimento, calcolata con l'analisi nodale impostando il sistema:



$$\begin{cases} \frac{v_{in}-v_a}{R_1} = \frac{v_a}{1/sC_1} + \frac{v_a}{R_2+1/sC_2} \\ \frac{v_a}{R_2+1/sC_2} \cdot \frac{1}{sC_2} = v_u \end{cases}$$

assume la forma:

$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{1}{s^2(C_1C_2R_1R_2) + s[C_1R_1 + C_2(R_1 + R_2)] + 1} \quad (9.5)$$

Risolviendo il denominatore,

$$as^2 + bs + 1 = 0$$

si possono ottenere i poli precisi del circuito:

$$p_L = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad e \quad p_H = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (9.6)$$

Nell'esempio fatto i due poli sarebbero a  $f_L = 3.18\text{MHz}$  e  $f_H = 1.6\text{GHz}$ .

La domanda che ci poniamo ora è se ci sia un modo per giungere alla (9.5) e quindi ai poli (9.6) (o perlomeno ad una loro ragionevole approssimazione) in modo più sintetico. E' ben vero che il tracciamento dei diagrammi di Bode e la stessa analisi simbolica delle reti possono essere svolti da programmi di calcolo, oggi disponibili anche su tablet, ma resta molto utile avere un metodo sintetico e veloce per giungere ad una idea quantitativa della risposta di un circuito prima di affrontare il progetto con l'ausilio del computer.

### 9.2.1 Relazioni notevoli

Partiamo notando come l'espressione a denominatore della (9.5) sia in generale esprimibile come :

$$as^2 + bs + 1 = 0 \quad (9.7)$$

Le radici di una equazione di secondo grado sottostanno alle seguenti due relazioni caratteristiche, ottenute sommando o moltiplicando le espressioni (9.6) :

$$p_L + p_H = -\frac{b}{a}; \quad p_L \cdot p_H = \frac{1}{a} \quad (9.8)$$

Se le radici (i poli della nostra funzione di trasferimento),  $p_L$  e  $p_H$ , fossero sufficientemente diverse tra loro, ovvero  $|p_H| \gg |p_L|$ , allora dalla prima delle (9.8) si avrebbe

$$p_H \cong -\frac{b}{a}$$

e quindi dalla seconda delle (9.8)

$$p_L \cong -\frac{1}{b} \quad (9.9)$$

Scopriamo così che l'informazione di uno dei due poli, quello a frequenza più bassa,  $p_L$ , (in generale il più importante da conoscere in un circuito elettronico) è sostanzialmente concentrata nel termine "b" della (9.7) cioè nel coefficiente del termine di primo grado dell'equazione del denominatore della funzione di trasferimento.

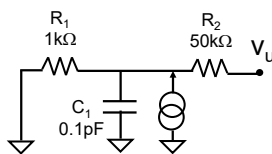
Poiché il termine "b" è così importante, vediamo se si riesce a ricavarlo in maniera sintetica.

### 9.2.2 Coefficiente del termine di 1° grado

Notiamo che il coefficiente b del termine di primo grado è esattamente pari alla somma delle costanti di tempo associate a ciascun condensatore quando gli altri condensatori sono stati rimossi:

$$b = \sum_{j=1}^n C_j R_j \quad (9.10)$$

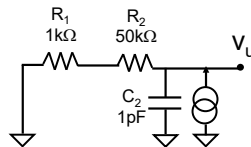
Per valutare **la resistenza vista in parallelo da  $C_1$**  quando  $C_2$  aperta si deve pensare di applicare nella posizione del condensatore un segnale sonda di corrente e di valutare la tensione che si sviluppa ai suoi capi :



Nel caso specifico, si ottiene semplicemente  $R_1$  e quindi l'addendo associato alla capacità  $C_1$  è

$$\tau_{b1} = R_1 C_1 = 100 \text{ps} \quad (9.11)$$

La resistenza vista in parallelo da  $C_2$  quando  $C_1$  aperta risulta invece dall'analisi del seguente circuito :



ottenendo :

$$\tau_{b2} = (R_1 + R_2) \cdot C_2 = 51 \text{ns} \quad (9.12)$$

Il coefficiente del termine di 1° grado al denominatore della (9.5) è effettivamente la somma di queste due costanti di tempo, come indicato dalla (9.10):

$$b = R_1 C_1 + (R_1 + R_2) C_2 = 100 \text{ps} + 51 \text{ns} = 51.1 \text{ns} \quad (9.13)$$

Non è questa la sede per dimostrarlo, ma il risultato trovato è di validità generale: **qualunque sia l'ordine del denominatore, cioè qualunque sia il numero di elementi conservativi (capacità o induttanze) indipendenti ed interagenti nel circuito, il coefficiente del termine di primo grado del denominatore della funzione di trasferimento è dato da**

$$b = \sum_{j=1}^n C_j R_j \quad (9.10)$$

Se ci fermassimo qui e calcolassimo il polo del circuito sfruttando la relazione (9.9) troveremmo  $f_L = 3.12 \text{MHz}$ . Questo valore va confrontato con il valore esatto trovato prima ( $f_L = 3.18 \text{MHz}$ ) risultandone molto vicino !

Pertanto concludiamo dicendo che **il polo prevalente del circuito** (cioè la radice a più bassa frequenza dell'equazione di secondo grado al denominatore della  $T(s)$ ) è ben stimato da:

$$p_L \cong -\frac{1}{b}$$

Il risultato è tanto più preciso quanto più i due poli abbiano frequenze caratteristiche distanti tra loro (una decade è già più che sufficiente per un risultato molto preciso).

Stimare quindi il polo prevalente di un circuito anche complesso in cui varie capacità interagiscono tra di loro non è poi così difficile !

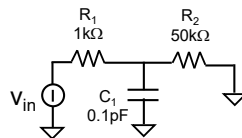


### 9.2.3 Polo a frequenze superiori

Il secondo polo del circuito starà ovviamente ad una frequenza più elevata di  $p_L$ . Se si conoscesse il termine "a" della (9.7), il calcolo sarebbe immediato e preciso, ma per questo dovremmo risolvere il sistema di bilancio ai nodi.

Una via alternativa per calcolare il successivo polo è quella di confrontare i valori di (9.11) e di (9.12), cioè degli addendi del termine b. Il maggiore tra essi definisce la costante di tempo più lenta e quindi indica la capacità (tra le due presenti nel nostro esempio) che interverrà a frequenza più bassa. Volendo esplorare le frequenze più alte, questa capacità sarà quindi considerabile come già intervenuta, e quindi cortocircuitata.

Nel nostro esempio è la capacità  $C_2$  quella che determina la costante di tempo più lenta e che quindi contribuisce maggiormente al polo a più bassa frequenza. Pertanto per trovare il secondo polo a frequenza più elevata non ci resta che pensare che la capacità sia intervenuta, cortocircuitandola nel circuito. Si otterrà così un "nuovo circuito", nel nostro esempio il seguente:



Il circuito avrà ora solo l'altra capacità,  $C_1$  e possiamo considerarlo come il *circuito effettivo che si manifesta alle alte frequenze*.

Notate che il problema è stato abbassato di un grado ed è diventato ora un semplice problema ad una sola capacità di facile soluzione, benché valido solo per frequenze elevate. Si noti che la capacità  $C_1$  ora vede un insieme di resistenze ai suoi capi in generale diverso da prima. La nuova costante di tempo che interverrà alle alte frequenze sarà quindi data da:

$$\tau_H = (R_1 || R_2) \cdot C_1 = 98\text{ps}$$

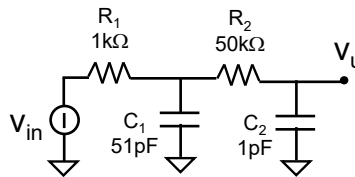
Essa indicherà il secondo polo del nostro circuito, a frequenza maggiore del primo, e pari in questo caso a  $f_H=1.62\text{GHz}$ , da confrontarsi con il valore esatto trovato all'inizio e pari a  $f_H= 1.6\text{GHz}$  ! Questo esempio indica come, operando in questo modo semplice ed intuitivo, si raggiungono risultati molto vicino ai valori veri dei due poli.

Concludendo, saremmo in grado di approssimare la Funzione di Trasferimento (9.5) con la seguente:

$$T(s) = \frac{1}{(1 + s \cdot 51.1\text{ns}) \cdot (1 + s \cdot 98\text{ps})}$$

Il circuito RC-CR soddisfa effettivamente la condizione di validità di alcune semplificazioni che ci hanno guidato lungo questo cammino, precisamente quella che i due poli del circuito siano distanti tra di loro, come effettivamente scopriamo essere alla fine del procedimento.

**E 9.1** Calcolare i poli del seguente circuito, molto simile a quello del testo ma con un valore diverso di  $C_1$ .  
Svolgere dapprima il calcolo analitico preciso e poi stimare entrambi i poli con le considerazioni viste nel testo. Confrontare i risultati e commentarli.



Dalla (9.5) e (9.6) si ottengono i due valori precisi  $f_L=2.7\text{MHz}$  e  $f_H=3.6\text{MHz}$ . Vediamo di stimarli utilizzando la (9.10). In questo caso si ottiene:  $\tau_{b1} = R_1 C_1 = 51\text{ns}$  e  $\tau_{b2} = (R_1+R_2) C_2 = 51\text{ns}$ . Il coefficiente del termine di 1° grado al denominatore della funzione di trasferimento, somma di queste due costanti di tempo, è  $b=102\text{ns}$  a cui corrisponderebbe un polo prevalente stimato alla frequenza  $f_L=1.56\text{MHz}$ , da confrontarsi con il valore reale  $f_L=2.7\text{MHz}$  ottenuto analiticamente. L'errore in questo caso c'è ma è comunque piccolo (inferiore della metà) e permette con questa prima stima di centrare l'ordine di grandezza.

Come procedere quando, come ora, i due valori che compongono il termine "b" sono, nel caso più sfortunato, uguali tra loro e quindi non è naturale eliminarne uno perché intervenente prima? Vediamo.

Il secondo polo del circuito starà ad una frequenza più elevata di  $p_L$ . Sembra indifferente cortocircuitare una piuttosto che l'altra delle due capacità per ricavare il "nuovo circuito" per il calcolo del polo ad alta frequenza. Così in effetti è, ed è facilmente verificabile. In entrambi i casi infatti si ottiene  $f_H=3.2\text{MHz}$  da confrontarsi con il valore esatto  $f_H=3.6\text{MHz}$ .

Concludiamo dicendo che anche nel caso molto critico in cui i singoli addendi di  $b$  siano uguali tra loro, le stime dei due poli sono comunque buone, differendo meno di un fattore 2 dal reale.

### 9.3 AMPLIFICATORE SOURCE (EMETTITORE) COMUNE

Analizziamo il comportamento dell'amplificatore con il Source comune quando siano compresenti entrambe le capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$  come evidenziato nella Fig.9.2.

La funzione di trasferimento del circuito può essere ottenuta risolvendo il sistema di equazioni di bilancio ai nodi del circuito:

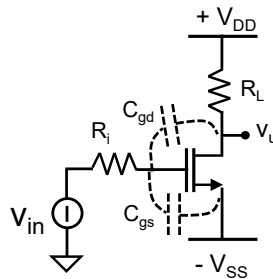
$$\begin{cases} \frac{v_{in}(s) - v_g(s)}{R_i} = v_g(s) \cdot sC_{gs} + (v_g(s) - v_u(s)) \cdot sC_{gd} \\ -\frac{v_u(s)}{R_L} = v_g(s) \cdot g_m + (v_u(s) - v_g(s)) \cdot sC_{gd} \end{cases}$$

che risolta darebbe la seguente espressione precisa:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{s^2 R_L R_i C_{gd} C_{gs} + s[R_i C_{gs} + R_L C_{gd} + R_i C_{gd}(1 + g_m R_L)] + 1} \quad (9.14)$$

Vediamo quali considerazioni possono essere fatte non solo per interpretare la (9.14) ma anche per imparare a scriverla con considerazioni intuitive senza passare per i calcoli :

- il **guadagno a bassa frequenza**, quando le capacità del transistor non intervengono, è pari a  $G(0) = -g_m R_L$ . Esso è il termine moltiplicativo di (9.14) quando  $s=0$ .
- lo **zero** è introdotto solo da  $C_{gd}$  ed è identico a quello trovato nel Cap.6 cioè pari a  $(1 - sC_{gd}/g_m)$ . La capacità  $C_{gs}$  non introduce uno zero al finito.
- la funzione di trasferimento avrà **due poli** essendo le due capacità *indipendenti*. La frequenza a cui essi intervengono non è immediatamente



**Fig. 9.2** *Stadio Source comune in cui entrambe le capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$ , indipendenti e tra loro interagenti, concorrono a determinare la risposta in frequenza del circuito.*

ottenibile perché le due capacità *interagiscono* tra di loro: l'interazione si esprime in un denominatore di secondo grado nella forma  $as^2+bs+1$ .

Sulla base di queste considerazioni, e quindi senza fare conti, la funzione di trasferimento per il circuito a MOSFET l'avremmo scritta senza fare conti come:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{s^2 a + sb + 1} \quad (9.15)$$

Ricorriamo alle considerazioni semplificative viste nel paragrafo precedente per risolvere il denominatore.

Il **coefficiente b del termine di primo grado** è esattamente dato dalla somma delle costanti di tempo associate a ciascun condensatore quando gli altri sono stati rimossi :

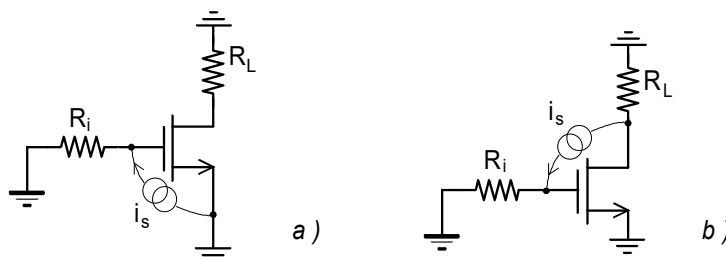
$$b = \sum_{j=1}^n C_j R_j . \quad (9.10)$$

Nel nostro caso gli addendi sono due, essendo due le capacità :

- la **resistenza vista in parallelo da  $C_{gs}$**  quando  $C_{gd}=0$ . Si deve pensare di applicare nella posizione del condensatore un segnale sonda di corrente (Fig.9.3a) e di valutare la tensione che si sviluppa ai suoi capi. Nel caso specifico, si ottiene semplicemente  $R_i$  e quindi l'addendo associato alla capacità  $C_{gs}$  è

$$\tau_{gs} = R_i C_{gs} \quad (9.16)$$

- la **resistenza vista in parallelo da  $C_{gd}$**  quando  $C_{gs}=0$ . Con riferimento alla Fig.9.3(b), si svolgono gli stessi calcoli del Cap.6 ottenendo la resistenza  $[R_i(1+g_m R_L)+R_L]$ . L'addendo del termine "b" associato a  $C_{gd}$  è quindi:



**Fig. 9.3** Schemi circuitali per calcolare le resistenze viste ai capi delle due capacità,  $C_{gs}$  (a) e  $C_{gd}$  (b).

$$\tau_{gd} = C_{gd} [R_i (1 + g_m R_L) + R_L] \quad (9.17)$$

Come avevamo avuto modo di commentare nel Cap.6 questo termine dovuto alla  $C_{gd}$  è memorizzabile come la somma di :

$R_i C_{gd} (1 + g_m R_L)$  costante di tempo associata alla scarica della capacità di ponte  $C_{gd}$  attraverso la rete di ingresso;

$R_L C_{gd}$  costante di tempo legata alla scarica dell'altro piatto della capacità di ponte  $C_{gd}$  sulla resistenza vista al Drain.

Se infatti una delle due fosse nulla (ad esempio  $R_{in}=0$ ) l'altra definirebbe comunque il tempo limite di carica/scarica del condensatore.

Il coefficiente del termine di 1° grado al denominatore della (9.15) è pertanto la loro somma

$$b = R_i C_{gs} + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L) + R_L C_{gd} \quad (9.18)$$

come effettivamente riscontrabile nella (9.14).

Il **polo prevalente del circuito** (cioè la radice a più bassa frequenza dell'equazione di secondo grado al denominatore della (9.15)) è ben stimato dal solo termine  $b$  appena confezionato:

$$p_L \cong -\frac{1}{b} = -\frac{1}{[R_i C_{gs} + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L) + R_L C_{gd}]} \quad (9.20)$$

Il **secondo polo del circuito** starà ad una frequenza più elevata di  $p_L$  appena trovato. Per stimarlo si può confrontare i valori di (9.16) e di (9.17), cioè dei 2 addendi che costituiscono il termine  $b$ . Il termine maggiore definisce la capacità (tra le due presenti) che interviene a frequenza più bassa. Volendo esplorare le frequenze più alte, possiamo pensare che questa capacità sia già intervenuta. Pertanto non ci resta che farla effettivamente intervenire, cortocircuitandola nel circuito della Fig.9.2. Il "nuovo circuito per alte frequenze" che ne consegue avrà solo l'altra capacità che ora vede un insieme di resistenze ai suoi capi che in generale è diverso da quello calcolato prima. La corrispondente nuova costante di tempo che interverrà ad alta frequenza definirà il secondo polo, a frequenza maggiore del primo. L'esercizio E9.2 aiuta a chiarire questo modo di procedere con 2 capacità interagenti, E9.3 chiarisce l'applicazione con 3 capacità.

Operando in questo modo si raggiungono risultati molto vicino ai valori veri dei poli, ottenibili eventualmente in un secondo tempo con precisione utilizzando un

simulatore circuitale. Non è quindi in generale necessario calcolare l'equazione (9.14) di secondo grado al denominatore né tanto meno risolverla!

Come visto nel paragrafo precedente, se anche i due valori di (9.16) e di (9.17) fossero uguali (caso più sfortunato), eliminare l'uno e tenere l'altro darebbe un errore nei valori finali dei poli solamente di un fattore 2.

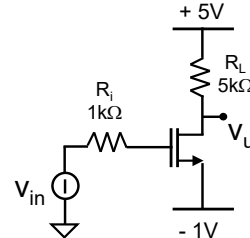
#### **ALTO GUADAGNO – BANDA LIMITATA**

I risultati ottenuti in questo paragrafo mettono in luce un fatto importante: poiché normalmente il termine  $R_i C_{gd}(1+g_m R_L)$  nella (9.17) o il termine  $(R_i \parallel \beta/g_m) C_{\mu}(1+g_m R_L)$  nella (9.21) è il termine dominante in un amplificatore ad alto guadagno, ne risulta che il guadagno di uno stadio e la sua banda passante non sono due grandezze indipendenti: a causa della capacità di ponte  $C_{gd}$  ( $C_{\mu}$ ), un aumento dell'amplificazione comporta un aumento della costante di tempo associata al primo polo. Pertanto, una maggiore amplificazione è pagata con una corrispondente diminuzione della banda dello stadio. *In generale sono gli stadi che amplificano a limitare la banda di un circuito !*

**E 9.2**

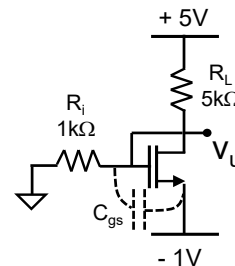
Si analizzi il comportamento in frequenza del seguente amplificatore di tensione impiegante un MOSFET con  $k=2\text{mA/V}^2$ ,  $V_T=0.5\text{V}$ ,  $r_o=\infty$ ,  $C_{gs}=C_{gd}=1\text{pF}$ . In particolare:

- Calcolarne il guadagno a bassa frequenza;
- Calcolarne il polo prevalente che determina la banda passante;
- Stimare il polo ad alta frequenza;
- Confrontare i valori stimati dei poli con quelli esatti ottenibili dal calcolo dell'equazione di bilancio ai nodi.
- Calcolare lo zero.
- Disegnare in un diagramma di Bode quotato l'andamento con la frequenza del modulo e della fase del guadagno.



- La polarizzazione porta  $V_u=+2.5\text{V}$ ,  $g_m=2\text{mA/V}$  ( $1/g_m=500\Omega$ ),  $G(0)=-10$ .
- Il coefficiente b del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento è immediatamente calcolabile come :  
 $b=C_{gs}R_i+C_{gd}(R_L+R_i(1+g_mR_L))=1\text{ns}+16\text{ns}=17\text{ns}$   
 Il polo prevalente è quindi alla frequenza  $f_L=9.3\text{MHz}$ .

- Poiché nell'espressione di b l'addendo legato a  $C_{gd}$  ha il valore maggiore, a frequenze superiori a  $f_L$  la capacità  $C_{gd}$  sarà già intervenuta. Cortocircuitandola si abbassa il problema di un grado e si può calcolare la resistenza che in questa situazione la restante capacità  $C_{gs}$  vede ai suoi capi, e quindi la corrispondente costante di tempo, pari a  
 $\tau=C_{gs}(R_i||R_L||1/g_m)\approx 312\text{ps}$  da cui consegue un valore del polo ad alta frequenza di circa  $f_H\approx 510\text{MHz}$ .



- L'espressione precisa del trasferimento avrebbe fornito i seguenti due valori:  $f_L=9.5\text{MHz}$  e  $f_H=531\text{MHz}$ , confermando l'utilità e la ragionevole precisione del metodo sintetico utilizzato.

- Lo zero è alla frequenza  $f_z=318\text{MHz}$ , ricordando che nel piano complesso si posiziona a destra dell'origine degli assi.

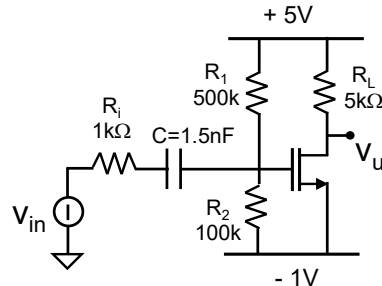
- I diagrammi di Bode del modulo e della fase risultano quindi i seguenti:



La banda passante del circuito può quindi essere presa pari a circa 9MHz.

**E 9.3**

Commentare l'effetto dell'accoppiamento in AC del seguente circuito, identico per il resto al precedente.



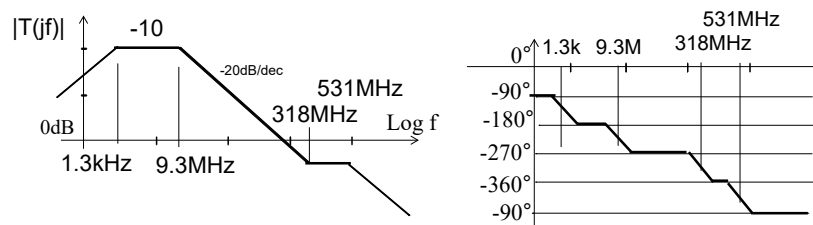
In questo circuito ci sono ora 3 capacità interagenti. Il condensatore di disaccoppiamento non consente la trasmissione delle componenti in continua della tensione di segnale e pertanto introduce uno zero nell'origine della funzione di trasferimento. Inoltre, scaricandosi su una resistenza pari a  $84\text{k}\Omega$ , determina un polo a  $1260\text{Hz}$ . A queste frequenze gli elementi reattivi del transistor calcolati in E9.2 sono ben lontani dall'intervenire e quindi la loro esistenza può essere trascurata. Per frequenze maggiori di qualche kHz, l'impedenza del condensatore di disaccoppiamento diventa trascurabile (il condensatore non riesce a cambiare la tensione ai suoi capi e quindi si comporta come un cortocircuito) e l'amplificazione dello stadio raggiunge il valore di  $-10$  visto in E9.2.

In alternativa a queste considerazioni, si sarebbe potuto analizzare il circuito nel suo complesso calcolando il valore di  $b$ :

$$b = C(R_1 \parallel R_2 + R_i) + C_{gs} R_1 \parallel R_2 + C_{gd}(R_L + R_1 \parallel R_2(1 + g_m R_L)) = 126\mu\text{s} + 1\text{ns} + 16\text{ns} = 126\mu\text{s}$$

Da cui si vede che il polo prevalente  $f_L = 1/2\pi b$  è determinato dalla capacità  $C$  e darebbe  $f = 1.26\text{kHz}$ . Il secondo polo lo si calcolerebbe cortocircuitando  $C$  ed analizzando il nuovo circuito alla ricerca del "suo polo più basso". Intervenuta  $C$  (e quindi cortocircuitata) l'analisi diventa in tutto uguale a quella fatta nell'esercizio precedente, permettendo così di calcolare il secondo ed il terzo polo del circuito.

I diagrammi di Bode sono i seguenti :





### 9.3.1 Amplificatore BJT con Emettitore comune

L'analisi di uno stadio BJT con **Emettitore comune** (Fig.9.4) porta a delle considerazioni molto simili a quelle appena viste per il circuito a MOSFET:

- il **guadagno a bassa frequenza**, quando le capacità del transistor non intervengono, è pari a  $G(0) = -\beta R_L / (R_i + \beta/g_m)$  per via della partizione di  $R_i$  con la resistenza di ingresso  $\beta/g_m$ . Esso è il termine moltiplicativo di  $T(s)$  quando  $s=0$ .
- lo **zero** è identico a quello trovato nel Cap.6 pari a  $(1 - sC_{bc}/g_m)$ .
- la funzione di trasferimento avrà **due poli** essendo le due capacità *indipendenti*. Le due capacità *interagiscono* tra di loro e l'interazione si esprime in un denominatore di secondo grado nella forma  $as^2 + bs + 1$ .

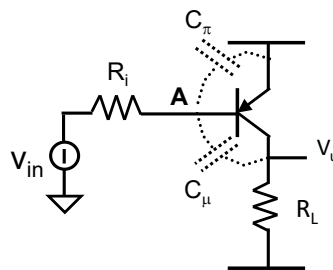
Sulla base di queste considerazioni, e quindi senza fare conti, la funzione di trasferimento per il circuito a BJT dovrà avere la seguente forma:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = - \frac{\beta R_L}{R_i + \beta/g_m} \frac{1 - s C_{gd}/g_m}{s^2 a + s b + 1}$$

Il termine b per un amplificatore a BJT è:

$$b = C_\pi (R_i \parallel \beta/g_m) + (R_i \parallel \beta/g_m) C_\mu (1 + g_m R_L) + R_L C_\mu \quad (9.21)$$

Da cui si può ricavare il polo a minor frequenza  $f_L = 1/2\pi b$ .



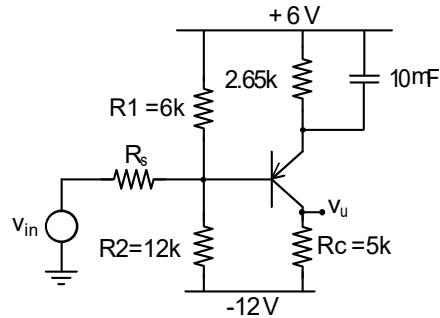
**Fig. 9.4** Amplificatore utilizzando un BJT con evidenziate le capacità tra i morsetti che concorrono alla sua risposta in frequenza.

**E 9.4**

Si consideri il seguente circuito a BJT ( $\beta=100$ ,  $f_T=1\text{GHz}$ ,  $C_\mu=0.2\text{pF}$ ).

a) Calcolare l'ampiezza del segnale in uscita al variare della frequenza del segnale forzante, supponendo che  $R_s=1\text{k}\Omega$ .

b) Studiare come varia la banda passante quando si usa un generatore di segnale con  $R_s=50\Omega$

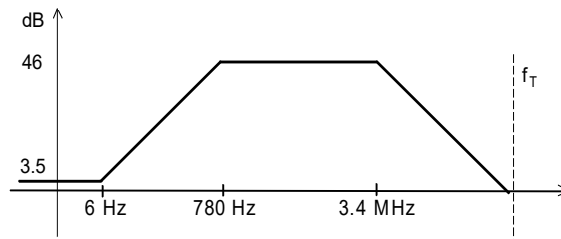


(a)  $I_C=2\text{mA}$  e  $C_\pi=12.5\text{pF}$ . La capacità di by-pass tra l'Emettitore e massa determina uno zero a 6Hz ed un polo a 780Hz. Il guadagno a bassissime frequenze ( $<6\text{Hz}$ ) è  $G\cong-1.5$  e si stabilizza a  $G\cong-195$  in centro banda. Per il calcolo dei poli a più alte frequenze, si valutano le costanti di tempo

$$\tau_\pi=(R_s\parallel R_1\parallel R_2\parallel \beta/g_m)C_\pi=6.1\text{ns}$$

$$\tau_\mu=(R_s\parallel R_1\parallel R_2\parallel \beta/g_m)C_\mu(1+g_mR_c)+R_cC_\mu=40.1\text{ns}$$

Il polo che limita la banda del circuito è quindi a  $f_L=3.45\text{MHz}$ , mentre quello a più alta frequenza sarebbe a  $f_H=1.2\text{GHz}$ . Poiché anche lo zero interviene sostanzialmente alla stessa frequenza ( $\sim f_T$ ), ai fini del modulo del trasferimento le due singolarità si elidono. Il diagramma di Bode del guadagno è quindi:



(b) - L'uso di un generatore di segnale con una resistenza serie più piccola permette un maggiore guadagno ( $G\cong 400$ ) ed allarga la banda. Quest'ultima infatti si manterrebbe piatta fino alla frequenza di 25MHz.

**E 9.5**

Si calcoli la banda passante del circuito proposto nell'esercizio E 6.11, quando si rimuove l'ipotesi semplificativa fatta sulla capacità  $C_\mu$  assunta ora pari a 4pF.

[ $C_\pi=34\text{pF}$ , Banda passante 0÷428kHz]

### 9.3.2 Amplificatore Source (Emettitore) comune con carichi capacitivi

Si consideri ora il caso in cui lo stadio Source comune alimenti un carico con una componente capacitiva (Fig.9.5).

I tre condensatori, in serie tra di loro sulla maglia del generatore di polarizzazione, sono dipendenti tra loro : dopo aver scelto la carica su due condensatori, e quindi la tensione ai loro capi, la carica e la tensione sul terzo è fissata e non può più essere scelta indipendentemente. La funzione di trasferimento avrà pertanto ancora solo due poli. Essa avrà anche e solo lo stesso zero calcolato in precedenza.

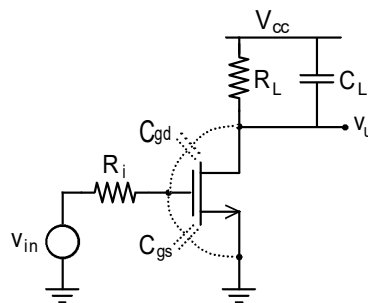
Per il calcolo del **polo prevalente** (coefficiente  $b$  del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento), è facile verificare che l'introduzione del carico capacitivo determina la comparsa di un addendo addizionale:  $R_L C_L$  (o eventualmente  $(R_L || r_o) C_L$  nel caso di resistenza di Drain finita del transistor). Il polo prevalente del circuito ha perciò l'espressione

$$p_L \cong -\frac{1}{b} = \frac{1}{[R_i C_{gs} + R_L (C_{gd} + C_L) + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L)]}$$

Notare che se  $C_L$  fosse molto maggiore delle capacità interne del MOSFET, il carico determinerebbe la banda effettiva dell'intero amplificatore.

Per ottenere la **stima del secondo polo**, basta individuare all'interno dell'espressione di  $b$  il termine prevalente e cortocircuitarne la corrispondente capacità. Di questo "nuovo" circuito si valuta il nuovo termine  $b$  che fornirà il valore del secondo polo.

Notate che se anche non ci fossimo accorti che le 3 capacità non sono indipendenti, al momento di stimare il secondo polo cortocircuitando una delle tre capacità



**Fig. 9.5** Stadio Source comune con un carico capacitivo che rappresenta ad esempio la capacità mostrata dallo stadio successivo di un circuito a più stadi.

(quella che determinava la costante di tempo più bassa) si sarebbe visto che le altre due sono sempre in parallelo tra di loro, fornendo un solo polo !

Provate a confrontare i risultati di questa analisi intuitiva con le radici del denominatore della funzione di trasferimento esatta della rete, che è :

$$\frac{v_u}{v_{in}} = \frac{-g_m R_L (1 - s C_{gd} / g_m)}{s^2 [C_{gs} R_L R_i (C_{gd} + C_L) + R_L C_L R_i C_{gd}] + s [R_i C_{gs} + R_L (C_{gd} + C_L) + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L)] + 1} \quad (9.22)$$

#### POLO DOMINANTE e POLI a più ALTA FREQUENZA

Conviene sottolineare ancora una volta quanto sia importante ricavare con buona precisione il polo dominante di un circuito fin dalla prima fase di una analisi sintetica, in modo da avere immediatamente una stima della sua banda passante. Non altrettanto essenziale è avere fin dall'inizio il valore preciso dei successivi poli più veloci.

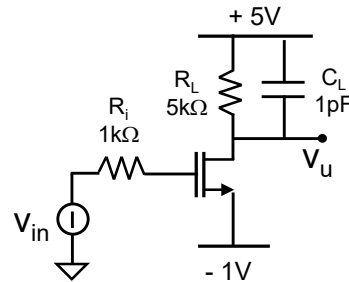
Questi infatti, definendo alcune caratteristiche "raffinate" del circuito, diventano importanti solo in una fase più avanzata di un progetto elettronico. A quel punto si è comunque portati ad affrontarne il calcolo sistematicamente con un simulatore circuitale, in cui tenere conto anche di eventuali altre capacità parassite, sempre presenti in un circuito ma ad una prima indagine trascurate, così da avere una rappresentazione precisa del proprio prodotto elettronico prima di mandarlo in produzione.

È facile verificare che una funzione di trasferimento analoga alla (9.22) caratterizza lo stadio **Emettitore comune** di un circuito a BJT con carico capacitivo. Le uniche differenze sono che invece di  $R_i$ , nelle espressioni delle costanti di tempo si deve inserire la resistenza  $R_i \parallel \beta / g_m$  e che il guadagno in continua risente della partizione tra  $R_i$  e  $\beta / g_m$ .

**E 9.6**

Si rianalizzi il comportamento in frequenza dell'amplificatore di tensione visto nel E 9.2 (MOSFET con  $k=2mA/V^2$ ,  $V_T=0.5V$ ,  $r_o=\infty$ ,  $C_{gs}=C_{gd}=1pF$ ) nel caso in cui ora piloti un carico comprendente anche una capacità  $C_L=1pF$ . In particolare:

- Calcolare il polo prevalente che determina la banda passante
- Stimare il polo ad alta frequenza
- Calcolare lo zero
- Disegnare in un diagramma di Bode quotato l'andamento con la frequenza del modulo e della fase del guadagno
- Confrontare i valori stimati dei poli con quelli esatti ottenibili dal calcolo dell'equazione di bilancio ai nodi, e commentare.



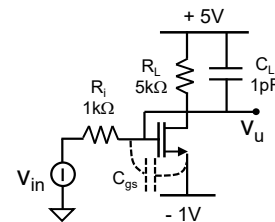
- a) Il coefficiente b del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento è ora:

$$b = C_{gs}R_i + C_{gd}(R_L + R_i(1 + g_m R_L)) + C_L R_L = 1ns + 16ns + 5ns = 22ns$$

Il polo prevalente si è quindi abbassato, come è ragionevole aspettarsi, e si posiziona alla frequenza  $f_L = 7.2MHz$ .

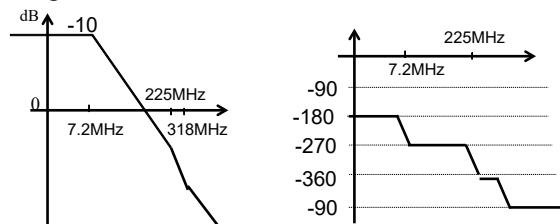
- b) Poiché anche in questo caso nell'espressione di b l'addendo legato a  $C_{gd}$  ha il valore maggiore, a frequenze superiori a  $f_L$  la capacità  $C_{gd}$  sarà già intervenuta.

Cortocircuitandola si abbassa il problema di grado. Si vede come le due capacità rimaste siano in parallelo tra loro, in accordo con il fatto che originariamente le tre capacità non erano indipendenti. Si può calcolare la resistenza che in questa situazione la capacità ( $C_{gs} + C_L$ ) vede ai suoi capi, e quindi la



corrispondente costante di tempo, pari a  $\tau = (C_{gs} + C_L)(R_i || R_L || 1/g_m) = 624ps$  da cui consegue un valore del polo ad alta frequenza di circa  $f_H \approx 255MHz$ .

- c) Lo zero si posiziona sempre alla frequenza  $f_z = 318MHz$ , a destra nel piano complesso.  
 d) I diagrammi di Bode del modulo e della fase risultano quindi i seguenti:



La banda passante del circuito può quindi essere presa pari a circa 7.2MHz.

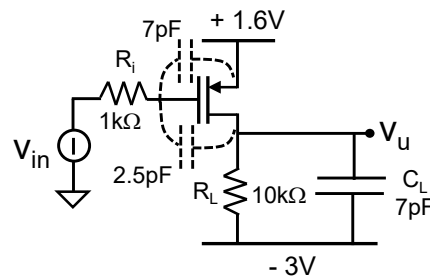
- e) Calcolando l'espressione precisa del trasferimento (come da 9.22) si sarebbero ottenuti i seguenti due valori:  $f_L=7.3\text{MHz}$  e  $f_H=575\text{MHz}$ , confermando l'utilità e la ragionevole precisione del metodo sintetico utilizzato.

**E 9.7** Come cambierebbe la risposta del circuito precedente se  $C_L=100\text{pF}$ ? Calcolare i nuovi poli e tracciare i nuovi diagrammi di Bode.

( $f_L \approx 308\text{kHz}$ ;  $f_H \approx 80\text{MHz}$ ).

**E 9.8** Si analizzi il comportamento del circuito accanto ( $V_T=0.6\text{V}$ ,  $k=300\mu\text{A}/\text{V}^2$ ,  $V_A=\infty$ ):

- Calcolare la tensione DC dell'uscita;
- Calcolare il polo prevalente;
- Calcolare i poli a frequenze superiori e gli eventuali zeri.



- $V_u=0\text{V}$
- $f_p=1.1\text{MHz}$
- $f_{p2}=16.8\text{MHz}$ ,  $f_z=38\text{MHz}$ .

## 9.4 COMPORTAMENTO IN FREQUENZA DI AMPLIFICATORI CON RESISTENZA AL SOURCE

Si affronti ora l'analisi della banda passante dell'amplificatore con resistenza sul Source della Fig.9.6. La resistenza  $R_i$  sintetizza tutte le resistenze viste effettivamente al Gate: resistenza di uscita dello stadio precedente e resistenze di polarizzazione. La funzione di trasferimento avrà due poli perché i due condensatori sono indipendenti. Poiché i due condensatori interagiscono tra loro, il denominatore della funzione di trasferimento avrà una forma  $(as^2+bs+1)$  la cui soluzione darà i due poli cercati. Mi aspetto una struttura di  $T(s)$  come la seguente:

$$T(s) = -\frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_S} \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2})}{(as^2 + bs + 1)}$$

dove compare il guadagno a bassa frequenza ( $s=0$ ) ed eventuali zeri. Notate che entrambe le capacità stanno tra due punti del circuito che si muovono in tensione.

### 9.4.1 Calcolo dei poli dell'amplificatore

Gli **addendi del termine  $b$**  di primo grado al denominatore della  $T(s)$  sono ottenuti moltiplicando ogni singola capacità per la resistenza vista ai suoi capi quando le altre capacità sono aperte.

**Termine relativo a  $C_{gd}$ .** Con riferimento alla Fig.9.7(a), la resistenza vista da  $C_{gd}$  sarà ottenuta come  $R=(V_A-V_B)/I$  dopo avere sostituito alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolato la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B. Poiché entrambi i punti A e B si spostano in tensione, è necessario impostare il sistema di bilancio ai nodi A e B:

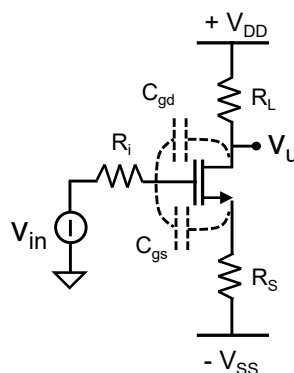


Fig. 9.6 Amplificatore con resistenza di degenerazione sul Source in cui sono evidenziate le due capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$ .

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ \frac{-V_B}{R_L} = I + V_A \frac{1}{1/g_m + R_S} \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_L + I \cdot R_i \cdot \frac{R_L}{1/g_m + R_S}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

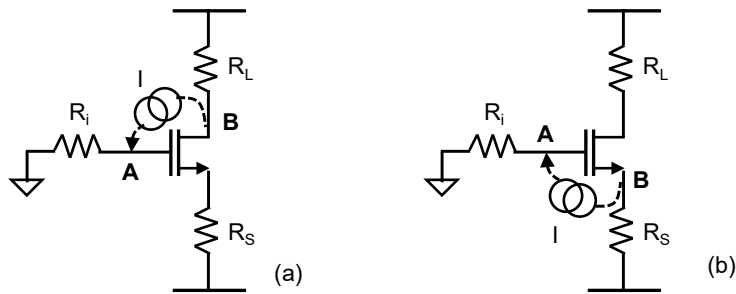
$$R_{gd} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \quad (9.23)$$

dove all'interno della parentesi tonda si nota nel secondo addendo il guadagno di tensione tra Gate e Drain  $G_{AB}$ :  $(1-G_{AB})$ . La costante di tempo sarà data da :

$$\tau_{gd} = C_{gd} \left[ R_i \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \right] \quad (9.24)$$

Per giustificare il risultato, si pensi alla variazione della carica accumulata sulle armature di  $C_{gd}$  quando lo stadio è forzato dal segnale di tensione  $v_{in}$  : esaurito il transitorio di carica della capacità, il potenziale del morsetto di Drain è diminuito del guadagno  $G_{AB} = -R_L / (1/g_m + R_S)$  tra  $V_A$  e  $V_B$ , generando una variazione effettiva della tensione ai capi di  $C_{gd}$  pari a  $(1 + R_L / (1/g_m + R_S))v_{in}$  che amplifica la carica che è necessario fornire alle armature di  $C_{gd}$  :  $Q = (1 - G_{AB})v_{in}C_{gd}$ .

L'addendo "+ $R_L$ " nella (9.24) rende conto del fatto che se anche  $R_i = 0$  si ha la costante di tempo  $\tau = R_L C_{gd}$ .



**Fig. 9.7** (a) Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità  $C_{gd}$ . (b) Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità  $C_{gs}$



**Termine relativo a  $C_{gs}$ .** Con riferimento alla Fig.9.7(b), la situazione è concettualmente simile alla precedente. Il bilancio ai due nodi A e B diventa:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ I + \frac{V_B}{R_S} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_S \cdot \frac{(1 - g_m R_i)}{(1 + g_m R_S)}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gs} = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{R_i + R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} + R_i \left( 1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \quad (9.25)$$

La costante di tempo dell'addendo introdotto dalla capacità  $C_{gs}$  sarà :

$$\tau_{gs} = C_{gs} \left[ R_i \left( 1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) + R_S \parallel 1/g_m \right] \quad (9.26)$$

La costante di tempo di  $C_{gs}$  è giusto che sia piccola. Infatti ricordiamoci che tra Gate e Source il guadagno  $G_{AB} = R_S / (1/g_m + R_S)$  è prossimo a 1 (è come un follower) e quindi la capacità  $C_{gs}$  non ha bisogno di essere caricata molto perché deve variare la tensione ai suoi capi di pochissimo, solo  $(1 - G_{AB})V_{in}$ .

Il secondo addendo della (9.26) rende conto del fatto che se anche  $R_i = 0$  rimarrebbe la costante di tempo  $\tau = R_L C_{gd}$ .

In conclusione il **termine b** dell'equazione di secondo grado al denominatore della funzione di trasferimento ha la seguente forma che in futuro potremmo confezionare direttamente senza fare conti:

$$b = C_{gd} \left[ R_i \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \right] + C_{gs} \left[ R_S \parallel 1/g_m + R_i \left( 1 - \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \right) \right] \quad (9.27)$$

Ci si attende, quindi, che la costante di tempo associata al polo prevalente sia

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b}$$

Per calcolare il **polo a frequenza maggiore**, possiamo individuare tra i due addendi della (9.27) quello con valore maggiore. La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando andiamo ad esplorare frequenze oltre  $f_L$ . Cortocircuitando questa capacità otteniamo perciò un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo a frequenza elevata,  $f_H$ , del circuito completo.

Utilizzando l'analisi nodale è possibile calcolare la funzione di trasferimento precisa dello stadio. Il calcolo porta alla seguente espressione

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_s} \cdot \frac{-s^2 C_{gd} C_{gs} R_s / g_m - s C_{gd} (R_s + 1/g_m) + 1}{s^2 a + s \left( C_{gd} \left[ R_i \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_s} \right) + R_L \right] + C_{gs} \left[ R_s \parallel \left( 1/g_m + R_i \left( 1 - \frac{R_s}{1/g_m + R_s} \right) \right) \right] \right) + 1} \quad (9.28)$$

dove  $a = C_{gs} C_{gd} (R_i R_L + R_i R_s + R_s R_L)$ .

Essa coincide per il termine "b" con quella da noi confezionata per intuito.

### 9.4.2 Calcolo degli zeri dell'amplificatore

L'individuazione degli zeri di una funzione di trasferimento quando le capacità interagiscono è molto complessa. Tuttavia si può arrivare ad una buona stima degli zeri immaginando che le capacità agiscano una alla volta senza che le altre siano presenti.

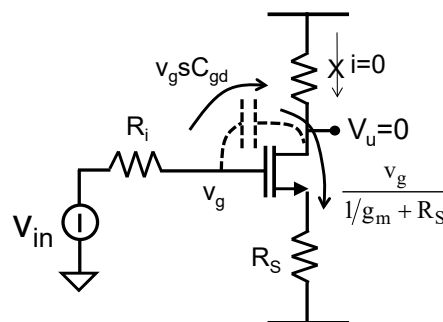
Nel **caso della sola  $C_{gd}$**  (Fig.9.8), la frequenza complessa "s" che rende nullo il trasferimento di segnale all'uscita,  $v_u(s)=0$ , si trova imponendo che non passi corrente in  $R_L$  e che quindi la corrente di segnale iniettata dal Gate verso l'uscita attraverso la capacità  $C_{gd}$ , pari a  $i=v_g/(1/sC_{gd})$ , sia esattamente pari a quella prelevata dal Drain del FET per effetto dello stesso segnale  $v_{in}$  applicato, pari a  $i=v_g/(1/g_m+R_s)$ , ovvero

$$v_g s C_{gd} = v_g \frac{1}{1/g_m + R_s}$$

Questa eguaglianza è verificata per la frequenza complessa  $s=1/[C_{gd}(1/g_m+R_s)]$ . Ci aspettiamo quindi che

$$f_z \cong \frac{1}{2\pi C_{gd}(R_s + 1/g_m)} \quad (9.29)$$

In effetti questo è il valore che si otterrebbe dalla (9.28) nell'ipotesi che l'altro zero disti più di una decade. Infatti il coefficiente b di quel numeratore è proprio pari a (9.29). Si noti che si tratta di uno **zero reale positivo**, posto quindi nel semipiano destro del piano di Gauss. Esso ha quindi la particolarità di sfasare il segnale di ingresso di ulteriori  $90^\circ$ , producendo lo stesso effetto sullo sfasamento di un segnale prodotto da un polo.

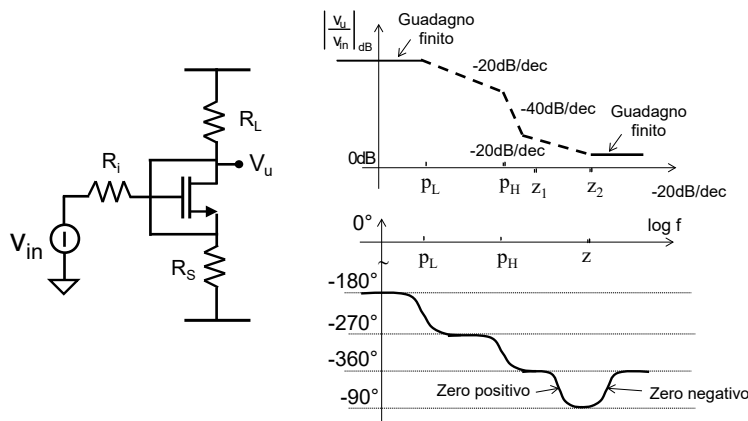


**Fig. 9.8** Schema circuitale per la stima dello zero introdotto dalla capacità  $C_{gd}$ .

**Ricerca degli eventuali ulteriori zeri** : Trovato il primo zero ci possiamo chiedere se ne esista un secondo. A tal fine può essere utile analizzare il guadagno del circuito a frequenza molto elevata. Con riferimento alla Fig.9.9, quando siamo ad altissima frequenza le due capacità possono essere equiparate ad un cortocircuito per il segnale. Pertanto il guadagno asintotico sarà positivo e dato dalla semplice partizione tra le resistenze :

$$G(\infty) = \frac{v_{out}(\infty)}{v_{in}(\infty)} = + \frac{R_L \parallel R_E}{R_i + R_L \parallel R_E}$$

Guardando il modulo della funzione di trasferimento, dovendo partire da un valore finito e giungere ad un valore finito, se ci sono 2 poli dovranno esserci necessariamente due zeri. Guardando la fase, dovendo partire da una fase di  $-180^\circ$  (perché il guadagno è invertente a bassa frequenza) ed arrivare ad una fase di  $0^\circ$  (perché il guadagno è positivo), il secondo zero dovrà essere negativo.

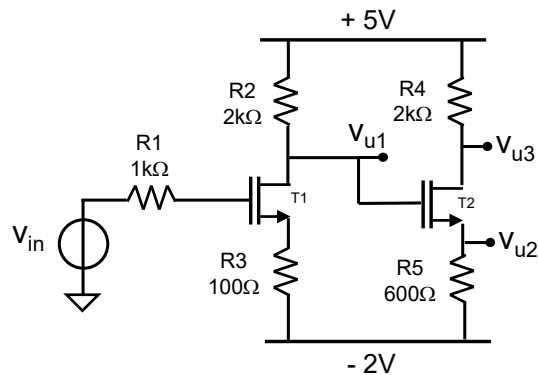


**Fig. 9.9** *Comportamento asintotico a frequenze elevatissime dell'amplificatore.*

**E 9.9**

Si consideri il circuito seguente, i cui MOSFET hanno  $V_T=0.8V$ ,  $k=2mA/V^2$  e  $V_a=\infty$ .

- a) Calcolare la tensione nei tre punti indicati come possibili uscite, in assenza di segnale.
- b) Calcolare il guadagno  $G_3=V_{u3}/V_{in}$  del circuito a bassa frequenza.
- c) Calcolare il massimo segnale positivo ed il massimo segnale negativo applicabile all'ingresso del circuito
- d) Quale tra le due resistenze, R3 ed R5, produce la maggiore densità spettrale di potenza di rumore all'uscita  $V_{u3}$ ? Calcolarne il valore.
- e) Calcolare la distorsione di seconda armonica presente all'uscita  $V_{u1}$  del circuito quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale di ampiezza 50mV a bassa frequenza.
- f) Supporre ora che entrambi i MOSFETs abbiano una  $C_{gd}=3pF$ . Calcolare la funzione di trasferimento verso l'uscita "1",  $G(s)=V_{u1}(s)/V_{in}$  e disegnarne il diagramma di Bode quotato per il modulo e per la fase.



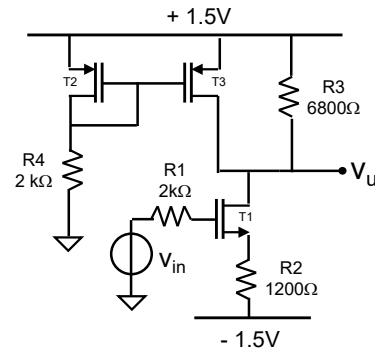
- a)  $V_{u1}=+1V$ ;  $V_{u2}=-0.8V$ ;  $V_{u3}=+1V$ .  $g_{m1}=g_{m2}=4mA/V$  ( $1/g_m=250\Omega$ )
- b)  $G=13.4$
- c)  $V_{in+}=270mV$ , limitato da T1.  $V_{in-}=-42mV$ , limitato da T2.
- d) R3 che produce  $S(f)=(17nV/\sqrt{Hz})^2$
- e)  $HD_2=0.64\%$ . Si noti che il fatto che T2 entri in zona ohmica non peggiora la distorsione in Vu1.
- f) Le due capacità interagiscono. Una stima del polo prevalente, quello a frequenza più bassa, lo otteniamo ricavando il termine:  
 $b=C_{gd1}[R1(1+R2/(R3+1/g_m))+R2] + C_{gd2}[R2(1+R4/(R5+1/g_m))+R4] = 26ns + 26ns$   
 che fornisce  $f_p \approx 3MHz$ .  
 Per il calcolo del secondo polo, a frequenza più elevata, bisogna cortocircuitare la capacità che mostra la costante di tempo maggiore. Essendo per entrambe uguale, la scelta è indifferente. Ad esempio, cortocircuitando T2, si ha:

$\tau = C_{gd1}[R1(1+R_a/(R3+1/g_m)+R_a)]$  dove  $R_a=R2||R4||(1/g_m+R5)=460\Omega$  ottenendo il secondo polo a  $f_{ph}\cong 18\text{MHz}$ .

Quanto agli zeri, poiché andando ad altissima frequenza il guadagno di tensione si stabilizza ad un valore finito, sappiamo essercene due. Quello relativo a T1 è ragionevole aspettarselo alla  $\tau=C_{gd1}(1/g_{m1}+R3)$  pari alla frequenza nel semipiano destro  $f_{z1}\cong 152\text{MHz}$ . Quello relativo a T2 ci si aspetta di ottenerlo chiedendosi come sia possibile che  $V_{u1}$  non si sposti nonostante il segnale applicato all'ingresso. Ciò è possibile se l'impedenza da  $V_{u1}$  verso massa, pari in questo caso a  $(1/sC_{gd2}+R4)$ , è uguale a zero. Si ottiene quindi  $f_{z2}\cong 26\text{MHz}$ .

Provate a fare i conti precisi della funzione di trasferimento ed a verificare di quanto i reali poli e zeri differiscano da quelli appena trovati per via sintetica !

**E 9.10** Considerare il circuito della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano tutti  $V_T=0.4\text{V}$ ,  $k=2\text{mA/V}^2$  e  $V_A=\infty$ .  
 a) Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.  
 b) Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito.  
 c) Disegnare i diagrammi di Bode del modulo e della fase del guadagno quando è presente la capacità  $C_{gd}=1\text{pF}$  di tutti i transistori..



(a)  $V_u=0.43\text{V}$ .  $1/g_{m1}=500\Omega$ ,  $1/g_{m2}=600\Omega$ ,  $1/g_{m3}=600\Omega$ .

(b)  $G=-4$

(c)  $C_{gd2}$  è cortocircuitata e quindi non è vista dal circuito.  $C_{gd3}$  e  $C_{gd1}$  sono indipendenti ed interagenti, e daranno due poli. Noto che per frequenze elevatissime  $G(\infty)$  ha un valore finito pari a :

$$G(\infty) = \frac{(1/g_{m1} + R2)||R3||1/g_{m3}||1/g_{m2}||R4}{R1 + (1/g_{m1} + R2)||R3||1/g_{m3}||1/g_{m2}||R4} \cong 0.1$$

Pertanto il circuito dovrà avere anche due zeri. Poiché la fase finale è zero, uno dei due zeri dovrà essere positivo.

Iniziamo a cercare il polo prevalente :  $b=\tau_{T1}+\tau_{T3}$ . Noto che entrambe le capacità sono a ponte tra due punti che si muovono in tensione con il transistor che ne definisce il guadagno:

$$\tau_{T1} = C_{gd1}[R1(1 + G1) + R3] = 1\text{pF}[2\text{k}(1 + 4) + 6.8\text{k}] \cong 16.8\text{ns}$$

$$\tau_{T3} = C_{gd3}[R4||1/g_{m2}(1 + G3) + R3] = 1\text{pF}[460(1 + 11) + 6.8\text{k}] \cong 12.3\text{ns}$$

a cui corrisponde  $f_{LF}=5.4\text{MHz}$ .

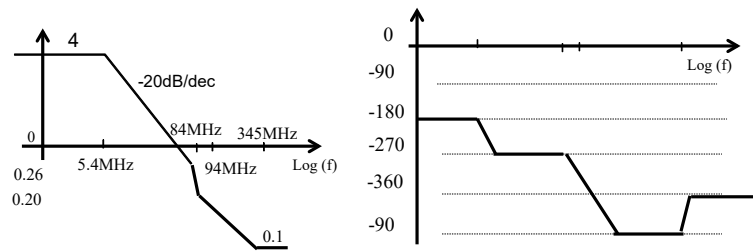
Cortocircuitando  $C_{gd1}$ , cerchiamo il polo a frequenza maggiore:

$$\begin{aligned} \tau_{HF} &= C_{gd3} [R_4 \parallel 1/g_{m2}(1 + g_{m3}R_3 \parallel R_1 \parallel (1/g_{m1} + R_2)) + R_3 \parallel R_1 \parallel (1/g_{m1} + R_2)] \\ &= 1\text{pF}[460(1 + 1.35) + 810] \cong 1.9\text{ns} \end{aligned}$$

a cui corrisponde  $f_{HF}=84\text{MHz}$ .

Lo zero introdotto dalla sola  $C_{gd1}$  sarebbe a  $f_{z1} = \frac{1}{2\pi C_{gd1}(1/g_{m1} + R_2)} = 93\text{MHz}$  e

a destra. Mettendo in grafico queste informazioni, posso aspettarmi per via grafica il secondo zero a qualche centinaia di MHz.



Se si volesse fare un calcolo preciso di questo secondo zero (ma nella pratica non è mai veramente necessario !) basta calcolare l'impedenza mostrata dal Drain di T3, pari a :

$$Z(T3) = \frac{1}{sC} \cdot \frac{\frac{1}{g_m} + R_4}{\frac{1}{g_m} + 2R_4} \cdot \left( 1 + sCR_4 \parallel \frac{1}{g_m} \right)$$

e chiedersi quando questa impedenza vada a zero, trovando  $f_{z2}=345\text{MHz}$ .

### 9.4.3 Calcolo dei poli dell'amplificatore a BJT

Facciamo riferimento alla Fig.9.10 per l'analisi dell'amplificatore degenerato utilizzando un BJT. Poiché i due condensatori sono indipendenti ed interagenti, la funzione di trasferimento avrà due poli con il denominatore nella forma  $(as^2+bs+1)$ . In maniera analoga a quanto fatto per il circuito a MOSFET, calcoliamo i termini di "b".

**Termine relativo a  $C_\mu$ .** Sostituendo alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolando la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B, si ottiene il sistema di bilancio ai due nodi A e B nella Fig.9.11(a) :

$$\begin{cases} V_A = I \cdot (R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E)) \\ -V_B/R_L = I + V_A \cdot \frac{1}{1/g_m + R_E} \end{cases}$$

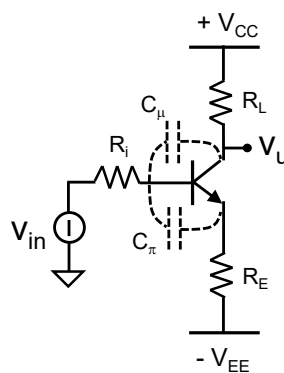
da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) + I \cdot R_L + I \cdot R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) \cdot \frac{R_L}{1/g_m + R_E}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_\mu = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \quad (9.30)$$

dove all'interno della parentesi tonda si nota il guadagno di tensione tra Base e Collettore che rende conto dell'aumento della carica da depositare sui piatti di  $C_\mu$  rispetto al caso in cui  $C_\mu$  fosse collegato a massa.



**Fig. 9.10** Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un amplificatore con resistenza di degenerazione sull'Emettitore in cui sono evidenziate le due capacità  $C_\mu$  e  $C_\pi$



La costante di tempo corrispondente è quindi

$$\tau_{\mu} = C_{\mu} \left[ R_i \parallel \left( \beta/g_m + \beta R_E \right) \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \right] \quad (9.31)$$

**Termine relativo a  $C_{\pi}$ .** Con riferimento alla Fig.9.11(b), il sistema di bilancio ai due nodi A e B diventa:

$$\begin{cases} \frac{V_A}{R_i} + \frac{V_A - V_B}{\beta/g_m} = I \\ I + \frac{V_B}{R_E} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui si ottiene l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

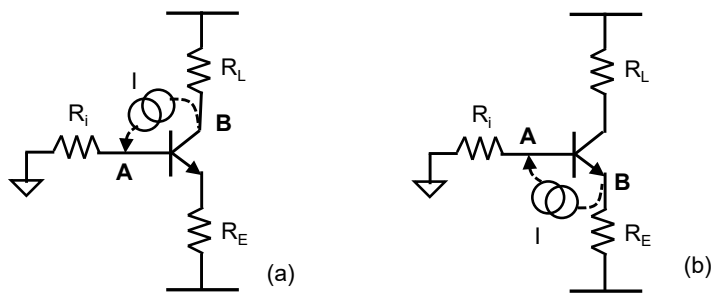
$$R_{\pi} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \parallel \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + \frac{R_E \beta/g_m}{R_i + \beta R_E + \beta/g_m} \quad (9.32)$$

La costante di tempo dell'addendo introdotto da  $C_{\pi}$  è spesso approssimata da:

$$\tau_{\pi} \cong C_{\pi} \left[ R_i \parallel \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + R_E \parallel \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right] \quad (9.33)$$

dove è facile riconoscere

- $C_{\pi} R_i \parallel \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right)$  è la costante di tempo associata alla scarica, sulla rete resistiva di ingresso, della capacità di ponte  $C_{\pi}$ , che si è pensato di riportare tra Base e massa tenendo conto della riduzione della carica assorbita



**Fig. 9.11** (a) Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità  $C_{\mu}$ . (b) Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità  $C_{\pi}$

determinata dalla variazione di potenziale del nodo di Emittitore (effetto Miller).

- $C_{\pi}R_E \left\| \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\|$  è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte  $C_{\pi}$  sulla resistenza vista all'uscita;

Il **termine b** dell'equazione di secondo grado al denominatore della funzione di trasferimento ha quindi la forma:

$$b = C_{\mu} \left[ R_i \left\| \left( \beta/g_m + \beta R_E \right) \left( 1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \right\| + \tau_{\pi} \cong C_{\pi} \left[ R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + R_E \left\| \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\| \right] \right] \quad (9.34)$$

e la corrispondente frequenza del polo sia

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b}$$

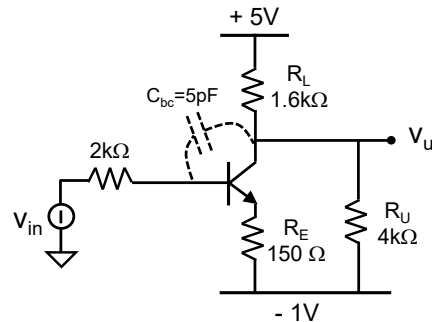
Per calcolare il **polo a frequenza maggiore**, possiamo guardare i due addendi della (9.34) ed individuare il termine con valore maggiore. La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando andiamo ad esplorare frequenze oltre  $f_L$ . Cortocircuitando quella capacità otteniamo perciò un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo a frequenza elevata,  $f_H$ , del circuito completo.

Per gli zeri si procede come fatto nel §9.4.2.

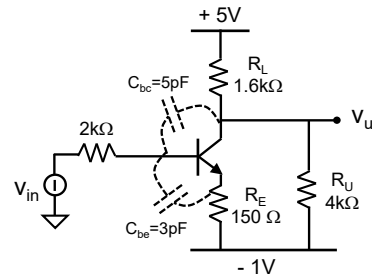
**E 9.11**

Si consideri il seguente circuito, in cui il BJT ha  $\beta=200$  e  $V_a=\infty$ .

- Calcolare l'uscita  $V_u$  in assenza di segnale.
- Calcolare il guadagno del circuito a bassa frequenza.
- Tracciare il diagramma di Bode quotato del modulo e della fase del guadagno  $G(s)=V_u(s)/V_{in}(s)$ .
- Calcolare la distorsione di seconda armonica a bassa frequenza all'uscita quando in ingresso viene applicata una sinusoide ampia 100mV.
- Calcolare la massima ampiezza  $A_{max}$  di una sinusoide  $V_{in}(t)=A \sin(\omega t)$  di bassa frequenza applicabile al circuito.
- Considerare anche  $C_{be}=3pF$ . Calcolare i nuovi poli del circuito e tracciare il nuovo diagramma di Bode.

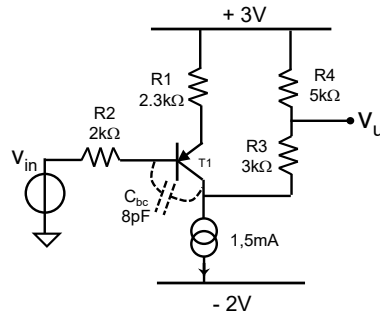


- Trascurando la corrente di base, si otterrebbe  $V_u = +1V$ . Tenendone conto si otterrebbe  $V_u \approx +1.16V$ .
- $G_{LF} \approx -6.6$
- $f_p \approx 1.86MHz$ ,  $f_z \approx 196MHz$  (destro). Verificare che il guadagno ad alta frequenza (con  $C_{bc}$  cortocircuitata) vale  $G_{HF} = 0.066$ .
- $HD2_{LF} = 0.55\%$
- $A_{max} = 197mV$
- Nel caso in cui ci siano entrambe le capacità il circuito è quello accanto. Il termine b dell'equazione di secondo grado mostra che la costante di tempo dominante è quella data da  $C_{bc}$  e quindi  $f_{p1} \approx 1.86MHz$ . Una volta intervenuto  $C_{bc}$ , il secondo polo del circuito è dato da  $C_{be}$  e risulta essere pari a  $f_{p2} \approx 4GHz$ .



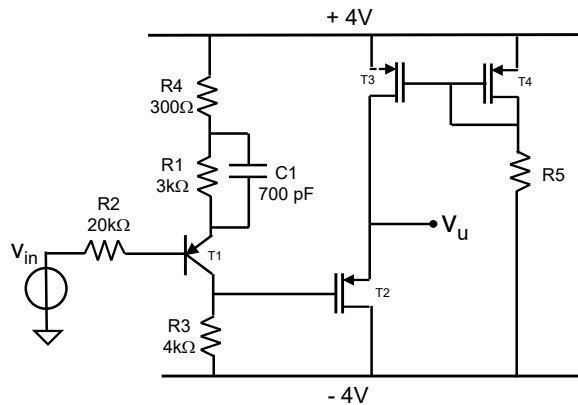
**E 9.12** Considerare il circuito della figura accanto, in cui il BJT abbia  $\beta=200$  e  $V_A=\infty$ .

- Calcolare il valore di polarizzazione della tensione di uscita  $V_u$ .
- Calcolare il guadagno  $G=V_u/V_{in}$  a bassa frequenza del circuito.
- Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del trasferimento  $G(f)=V_u(f)/V_{in}(f)$ , dopo avere calcolato poli e zeri.
- Calcolare la dinamica di ingresso, positiva e negativa, del circuito a bassa frequenza
- Calcolare la distorsione di 2° armonica del segnale di uscita  $V_u$  per un ingresso sinusoidale ampio 250mV alla frequenza di 1 kHz.



- Trascurando la corrente di base ( $5\mu A$ ), si otterrebbe  $V_u = +0.5V$ . Tenendone conto si otterrebbe  $V_u \approx +0.47V$ .
- $G_{LF} \approx -2.14$
- $f_p \approx 1.18MHz$ ,  $f_z \approx 8.6MHz$  (destro).
- $V_{in+} \approx 292mV$ ,  $V_{in-} \approx 339mV$
- $HD_{2,LF} = 0.029\%$

**E 9.13** Considerare il circuito della figura accanto, in cui il BJT abbia  $\beta=50$ ,  $V_a=\infty$ ,  $f_T=3\text{GHz}$  e  $C_\mu=0$  ed i MOSFET  $k=500\mu\text{A}/\text{V}^2$ ,  $|V_T|=0.8\text{V}$  e  $V_a=-10\text{V}$ .



- Calcolare il valore della resistenza  $R_5$  dello specchio affinché in  $R_5$  scorra la corrente di  $500\mu\text{A}$ .
- Calcolare il valore di polarizzazione della tensione di uscita  $V_u$ . Si ricorda che la polarizzazione del solo stadio a BJT era stata calcolata in E6.5.
- Calcolare il guadagno  $G=V_u/V_{in}$  a bassa frequenza del circuito.
- Calcolare poli e zeri del circuito, comprendendo quindi sia la  $C_\pi$  del BJT, sia  $C_1$  sia  $C_{gd}=10\text{pF}$  e  $C_{gs}=90\text{pF}$  del MOSFET del follower (trascurando quindi solo le capacità dei due MOSFET dello specchio)

- $R_5=12.5\text{k}\Omega$  ( $V_{SG}=1.72\text{V}$ ).
- $V_u\cong+1.2\text{V}$  ( $r_0$  di tutti i MOSFET dell'ordine di  $23.5\text{k}\Omega$ )
- Il guadagno del solo stadio a BJT è di  $G_{LF}=-1.07$  ( $G_{HF}=-5.5$ ). Il follower, pur avendo le  $r_0$  dei MOSFET, ha un guadagno prossimo a 1 (il suo  $1/g_m=750\Omega$ ).
- La  $C_\pi$  del BJT interagisce con  $C_1$  a dare  $fp_1=388\text{kHz}$ ,  $fp_2=88\text{MHz}$  ed uno zero a  $fz=75.8\text{kHz}$ . La  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$  del follower a MOSFET interagiscono tra di loro a dare  $fp_3=1.2\text{MHz}$ ,  $fp_4=5.3\text{MHz}$  e  $fz=2.3\text{MHz}$ .

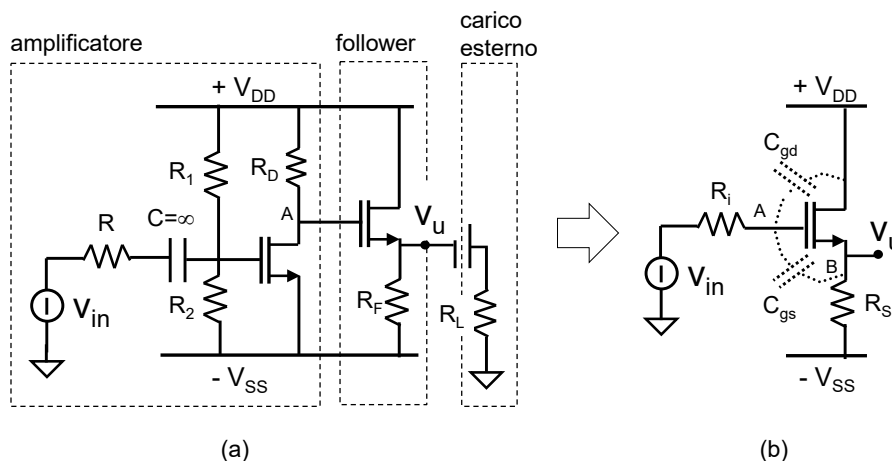
## 9.5 GLI STADI DISACCOPIATORI DI TENSIONE

Nel Cap.5 sono stati introdotti i circuiti disaccoppiatori, sia di tensione che di corrente, e si è visto che la loro funzione non è quella di amplificare il segnale ma quella di adattare le impedenze con cui si eroga il segnale all'utilizzatore. Essi sono circuiti importantissimi ed effettivamente molto usati nei sistemi elettronici. Vediamone in dettaglio la loro risposta in frequenza.

### 9.5.1 Il Source follower

Un esempio di Source follower è riportato nella Fig.9.14, inserito tra l'uscita di uno stadio amplificante ed un carico esterno  $R_L$ . In generale, il disaccoppiatore di tensione è utilizzato tutte le volte che la resistenza  $R_u$  d'uscita dell'amplificatore (nel caso della figura pari a  $R_D$ ) è dello stesso ordine di grandezza, se non addirittura maggiore, della resistenza di carico esterna  $R_L$  e serve per evitare la sfavorevole partizione che altrimenti ci sarebbe tra  $R_u$  ed  $R_L$  diminuendone il guadagno.

Nella Fig.9.14(b) è riportato lo schema circuitale sintetico che useremo per l'analisi in frequenza del solo stadio Source Follower. La resistenza  $R_i$  rappresenta le resistenze viste all'ingresso del transistor (resistenza di uscita  $R_D$  dell'amplificatore nel nostro caso). La resistenza  $R_s$  rappresenta nel nostro caso il parallelo tra  $R_F$  e la resistenza esterna  $R_L$ .



**Fig. 9.14** Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un Source follower in cui sono evidenziate le due capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$ .

**Analisi sintetica** : è possibile fare le seguenti considerazioni sul circuito della Fig.9.14(b):

- Il guadagno a bassa frequenza (quando le capacità non intervengono) è

$$G(0) = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m}$$

- La capacità  $C_{gd}$  forma con  $R_i$  un partitore RC, il cui zero è all'infinito.
- La funzione di trasferimento ha uno zero al finito. Infatti, la ricerca della frequenza complessa  $s$  per cui  $v_u(s)=0$  (Fig.9.15) impone che non scorra corrente in  $R_s$  ( $i_R(s)=0$ ), e quindi che tutta la corrente del transistor si chiuda sul condensatore. Imponendo l'uguaglianza tra le due correnti,  $g_m v_g = -v_g s C_{gs}$ , si ottiene il valore dello zero alla frequenza

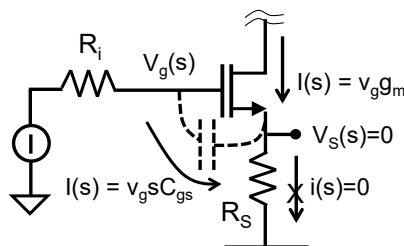
$$f_z = \frac{1}{2\pi \cdot C_{gs} 1/g_m}$$

La frequenza di questo zero è circa pari alla  $f_T$  del transistor ed è reale e negativo.

- La  $T(s)$  non ha un secondo zero al finito perché asintoticamente a frequenza infinita il guadagno del circuito deve andare a zero.
- La funzione di trasferimento ha due poli perché i due condensatori sono indipendenti. Poiché essi interagiscono, il denominatore avrà un'espressione del tipo  $(as^2+bs+1)$ .

La funzione di trasferimento avrà quindi la seguente forma :

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m} \cdot \frac{1 + sC_{gs}/g_m}{s^2 a + sb + 1}$$



**Fig. 9.15** Schema di calcolo dello zero della funzione di trasferimento di un Source (Emitter) follower.

Per il **calcolo del coefficiente "b"** del termine di primo grado, si procede come già visto sommando i prodotti tra le singole capacità e la resistenza vista ai loro capi.

Il **termine relativo a  $C_{gd}$**  è di immediato calcolo essendo il Drain del circuito della Fig.9.14b collegato direttamente all'alimentazione:

$$\tau_{gd} = C_{gd} R_i \quad (9.37)$$

Esso è infatti immediatamente interpretabile circuitalmente come la costante di tempo associata alla carica/scarica della capacità  $C_{gd}$  sulla rete resistiva di ingresso.

Nel **termine relativo a  $C_{gs}$** , la situazione è simile a quella vista con riferimento alla Fig.9.7(b). Il sistema di bilancio ai due nodi A e B è infatti ancora:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ I + \frac{V_B}{R_S} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_S \cdot \frac{(1 - g_m R_i)}{(1 + g_m R_S)}$$

che fornisce l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gs} = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{R_i + R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} + R_i \left( 1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right)$$

così da ottenere

$$\tau_{gs} = C_{gs} \left[ R_S \parallel \frac{1}{g_m} + R_i \left( 1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \right] \quad (9.38)$$

Per ricordare i due termini tra parentesi quadra :

- $C_{gs} (R_S \parallel 1/g_m)$  è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte  $C_{gs}$  sulla resistenza vista all'uscita;
- $C_{gs} R_i (1 - G_{AB})$  è la costante di tempo associata alla scarica della capacità di ponte  $C_{gs}$  sulla rete resistiva di ingresso tra le cui estremità c'è il guadagno  $G_{AB}$ .

Sommando le due costanti di tempo si ottiene il termine b:

$$b = C_{gd} \cdot R_i + C_{gs} \left[ R_S \parallel 1/g_m + R_i \left( 1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \right] \quad (9.39)$$

Il polo prevalente del Source follower sarà pertanto dell'ordine di



$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (9.40)$$

Esso è a frequenza tanto maggiore quanto più i singoli addendi saranno piccoli.

Possiamo trarre le seguenti conclusioni pratiche :

- In uno stadio ben progettato, in cui la resistenza di Source sia molto piccola rispetto al carico ( $1/g_m \ll R_s$ ) per cui il guadagno di tensione tra Gate e Source è praticamente unitario, la capacità  $C_{gs}$  ha un effetto del tutto marginale e la si può trascurare! Il secondo addendo di  $b$  è effettivamente piccolo essendo il termine tra parentesi tonda molto vicino a zero in un buon follower.
- E' buona norma non collegare alcuna resistenza tra Drain e l'alimentazione in modo da minimizzare la resistenza vista ai capi di  $C_{gd}$ .
- In un buon follower quindi è facile che a limitare la banda sia la capacità  $C_{gd}$  attraverso la resistenza di uscita dello stadio precedente ( $R_i$ ).

Se volessimo calcolare il polo a frequenza maggiore, possiamo guardare gli addendi della Eq.(9.39) ed individuare il termine con costante di tempo maggiore. Per quanto detto, presumibilmente questo sarà  $C_{gd}$  che potrà essere pensata già intervenuta quando ora andiamo ad esplorare frequenze oltre  $f_L$ . Cortocircuitandola nella Fig.9.14(b), otteniamo un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo in questa situazione, cioè del polo a frequenza elevata,  $f_H$ , del circuito completo.

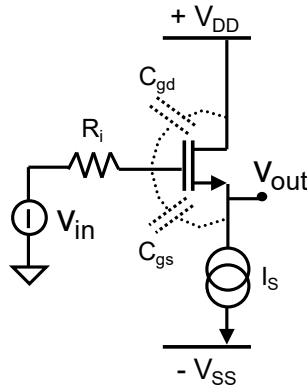
**Calcolo analitico :** Se volessimo comunque avere l'espressione precisa della funzione di trasferimento del Source follower, da usarsi per confronto con l'analisi intuitiva appena fatta, potremmo utilizzare il bilancio ai nodi del circuito della Fig.9.14(b) ottenendo:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m} \cdot \frac{1 + sC_{gs}/g_m}{s^2 \frac{R_i R_s}{1 + g_m R_s} C_{gs} C_{gd} + s \left( C_{gd} R_i + C_{gs} \frac{R_s/g_m}{1/g_m + R_s} + C_{gs} \frac{R_i}{1 + g_m R_s} \right) + 1} \quad (9.41)$$

Scopriremmo che sia lo zero che il coefficiente "b" sono uguali a quelli stimati prima !

### BUFFER IDEALE

Come si comporterebbe in frequenza un buffer ideale, tale cioè da avere un generatore di corrente collegato al Source ?

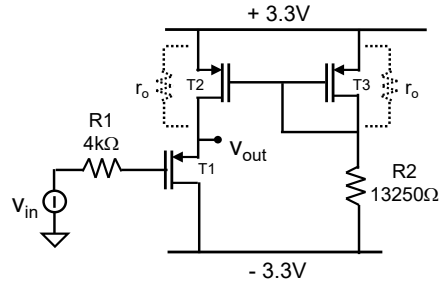


Noto che :

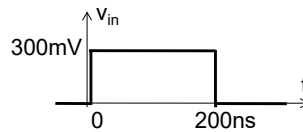
- Il guadagno di tensione ai capi di  $C_{gs}$  è rigorosamente pari a 1;
- Non variando la tensione ai capi di  $C_{gs}$  la carica sui suoi piatti non cambia;
- Quindi è come se  $C_{gs}$  non ci fosse. Questo mi permette di toglierla;
- A questo punto mi rimane solo il polo a  $f_p = \frac{1}{2\pi R_i C_{gd}}$ .

Provate a fare i conti precisi partendo dalla (9.41) con  $R_S = \infty$  e trovereste esattamente questo risultato : il polo e lo zero di  $C_{gs}$ , ora identici, vengono ad elidersi.

**E 9.14** Considerare il seguente accanto, in cui i MOSFET T2 e T3 abbiano  $V_T=0.8V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=1.6mA/V^2$  e curve caratteristiche reali con  $V_a=10V$  mentre il solo T1 sia ideale con  $V_a=\infty$ .



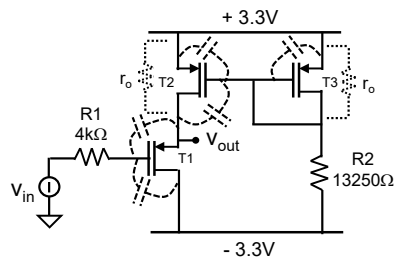
a) Disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione di uscita,  $v_{out}(t)$ , quando in ingresso viene applicato un gradino di tensione al circuito in cui sia presente solo  $C_{gd}=70fF$



b) Calcolare la frequenza del polo dominante del circuito nel caso in cui tutte le capacità siano prese in considerazione ed abbiano valore  $C_{gs}=160fF$  e  $C_{gd}=70fF$ .

b) Ricordarsi che  $g_{m3} = 2 \cdot \sqrt{k \cdot I \cdot \left(1 + \frac{V_{sd}}{V_a}\right)}$  da cui  $1/g_{m3}=660\Omega$ ;  $1/g_{m2}=625\Omega$ ;  $1/g_{m1}=606\Omega$ . Inoltre  $r_{o2}=r_{o3}=28k\Omega$ .

Le capacità sono tutte interagenti. Le capacità  $C_{gs2}$  e  $C_{gs3}$  sono in parallelo tra loro. Le capacità indipendenti sono solo 3 per cui si avranno 3 poli. Il polo prevalente sarà ben stimabile dal coefficiente b del termine di primo grado del denominatore, i cui 4 addendi sono:



$$\tau_1 = C_{gd1} \cdot R_1$$

$$\tau_2 = C_{gs1} \cdot \left[ R_1 \left( 1 - \frac{r_{o2}}{1/g_{m1} + r_{o2}} \right) + r_{o2} \parallel 1/g_{m1} \right]$$

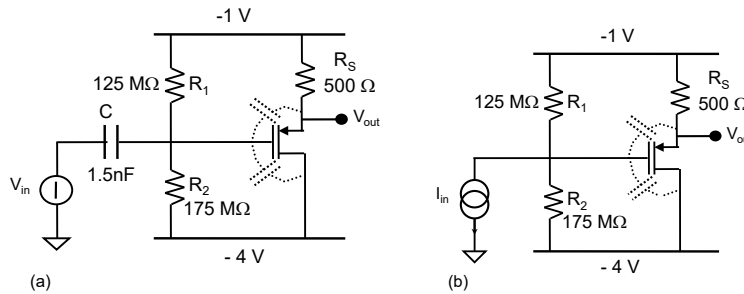
$$\tau_3 = C_{gd2} \cdot \left[ (1/g_{m3} \parallel r_{o3} \parallel R_2) \cdot (1 - g_{m2} \cdot r_{o3} \parallel 1/g_{m1}) + r_{o2} \parallel 1/g_{m1} \right]$$

$$\tau_4 = (C_{gs2} + C_{gs3}) \cdot (1/g_{m3} \parallel r_{o3} \parallel R_2)$$

$$b = 280ps + 111ps + 128ps + 197ps = 716ps \text{ da cui } f_p = 222MHz.$$

**E 9.15** Con riferimento al circuito (a), in cui il MOSFET ha  $|V_T|=0.5V$ ,  $|k|=2 mA/V^2$  e  $f_T=1GHz$  con  $C_{gd}=1pF$  :

- a- Tracciare il diagramma di Bode del modulo e della fase del guadagno di tensione  $v_{out}(s)/v_{in}(s)$
- c- Disegnare l'andamento nel tempo del segnale  $v_{out}(t)$  a fronte di un gradino negativo di tensione  $v_{in}(t)$  ampio  $500mV$ .

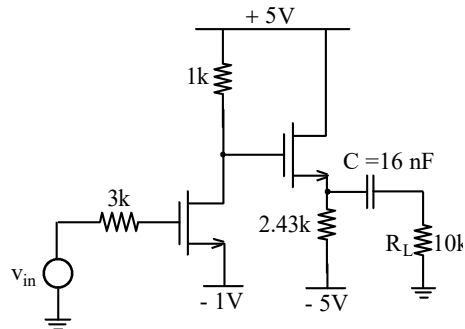


Con riferimento ora al circuito (b), uguale al circuito precedente eccetto che per il tipo di segnale di ingresso :

- d- Tracciare i diagrammi del guadagno di tensione  $v_{out}(s)/I_{in}(s)$
- e- Dal confronto dei diagrammi di Bode trovati ai punti a) e d), evidenziare sinteticamente le differenze tra i due circuiti e motivarle.

**E 9.16** Si consideri il seguente circuito, in cui i MOSFET abbiano  $V_T=0.5V$ ,  $k=6mA/V^2$ ,  $r_o=30kΩ$ ,  $C_{gd}=1pF$  e  $f_T=300MHz$ .

- a) Polarizzarlo.
- b) Studiarne il comportamento in frequenza
- c) Valutarne la dinamica.



(a) -  $I_{D1}=1.5mA$ ,  $1/g_{m1}=167Ω$ ,  $C_{gs1}=2.2pF$ ,  $V_{D1}=3.5V$ ;  $I_{D2}=3mA$ ,  $1/g_{m2}=119Ω$ ,  $V_{S2}=2.3V$ ,  $C_{gs2}=3.5pF$ .

(b) - Il guadagno di tensione a centro banda è  $G=-5.65$ . Il condensatore di disaccoppiamento all'uscita determina uno zero nell'origine ed un polo a  $984Hz$ . Le costanti di tempo che intervengono nella funzione di trasferimento del primo stadio sono:

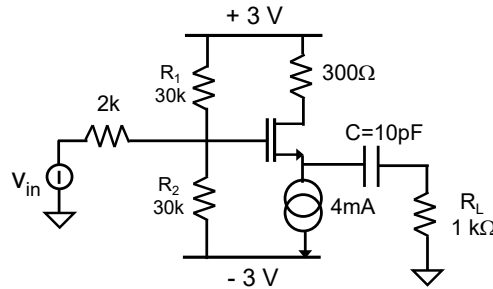
$$\tau_1=6.6ns \quad \tau_2=2.2ns \quad \tau_3=21ns \quad \tau_4=1.9ns$$

che determinano  $f_L=5.3\text{MHz}$  e  $f_H=262\text{MHz}$ . La costante di tempo sul carico del Source follower è  $\tau_2=0.4\text{ns}$  che determinerebbe un polo acirca  $400\text{MHz}$ . Entrambi gli zeri stanno ad una frequenza superiore alla  $f_T$ . La banda passante del circuito si estende pertanto da circa  $1\text{kHz}$  fino a circa  $5\text{MHz}$ .

**E 9.17**

Si consideri il circuito accanto, il cui MOSFET ha:  $|k|=4\text{mA/V}^2$ ,  $|V_T|=0.6\text{V}$ ,  $f_T=10\text{GHz}$ ,  $C_{gd}=27\text{fF}$  e  $V_A=\infty$ :

a) Calcolare la polarizzazione del circuito.  
 b) Calcolare la funzione di trasferimento tenendo conto delle due capacità interne del MOSFET e della capacità di accoppiamento con il carico  $R_L$ .



a)  $V_S=-1.6\text{V}$ ,  $g_m=8\text{mA/V}$  ( $1/g_m=125\Omega$ ),  $C_{gs}+C_{gd}=127\text{fF}$  da cui  $C_{gs}=100\text{fF}$ .

b) **Polo prevalente:**

$$b = C_{gd} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1+0) + 300\Omega] + C_{gs} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1-1) + 1/g_m] + C \cdot [R_L + 1/g_m]$$

Equivalente a  $b=55\text{ps}+12.5\text{ps}+11\text{ns}$  da cui  $f_{LF}=14\text{MHz}$ .

**Polo intermedio** (C cortocircuitata):

$$b' = C_{gd} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1 + 300/1125) + 300\Omega] + C_{gs} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1 - R_L/(R_L + 1/g_m)) + R_L \parallel 1/g_m]$$

Equivalente a  $b'=60\text{ps}+30\text{ps}$  da cui  $f_{HF}=1.7\text{GHz}$ .

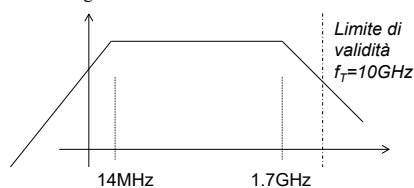
**Polo ad altissima frequenza** (anche  $C_{gd}$  cortocircuitato):

$$b'' = C_{gs} \cdot [(30k \parallel 30k \parallel 2k \parallel 300\Omega + R_L) \parallel 1/g_m]$$

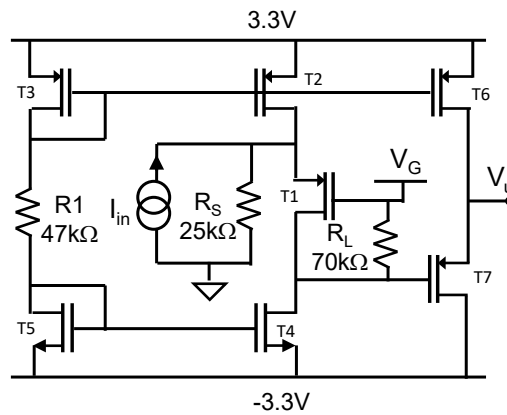
Equivalente a  $b''=11.3\text{ps}$  da cui  $f_{HHF}=14\text{GHz} > f_T$ .

**Zeri:** uno nell'origine dovuto a  $C=10\text{pF}$  di bypass. Uno dovuto a  $C_{gs}$  a

$$s = -\frac{1}{C_{gs} \cdot 1/g_m} \text{ e posizionato } > f_T.$$



**E 9.18** Considerare l'amplificatore della figura seguente, che fa uso di transistori MOSFET aventi  $V_T=0.45V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=400\mu A/V^2$  and  $V_A=\infty$ .



- Calcolare la **tensione dell'alimentazione**  $V_G$  per avere l'ingresso del circuito alla tensione di  $0V$  in assenza di segnale.
- Calcolare il **trasferimento** per piccolo segnale a bassa frequenza  $T(0)=v_u/i_{in}$  nell'ipotesi di assenza di carico collegato all'uscita.
- Calcolare il valore della **resistenza**  $R_X$  che, collegata all'uscita dell'amplificatore, determina un dimezzamento del valore del trasferimento complessivo del circuito  $T(0)=v_u/i_{in}$ .
- Tenendo conto della presenza delle capacità  $C_{gs}=0.5pF$  e  $C_{gd}=0.2pF$  del solo transistor **T1**, calcolare la Funzione di **Trasferimento**  $T(s)$  del circuito e disegnare i Diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.
- Tenendo conto ora anche della presenza delle capacità  $C_{gs}=0.5pF$  e  $C_{gd}=0.2pF$  nel transistor **T7**, calcolare la nuova Funzione di **Trasferimento**  $T(s)$  del circuito e disegnare i Diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.
- Se adesso aggiungiamo alla situazione del punto precedente anche la **resistenza**  $R_X$  trovata al punto c), calcolare la nuova Funzione di **Trasferimento**  $T(s)$  del circuito e disegnare i Diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.

- a)  $V_G=-0.95V$       b)  $T(0)=63.6k\Omega$       c)  $R_X=2.5k\Omega$

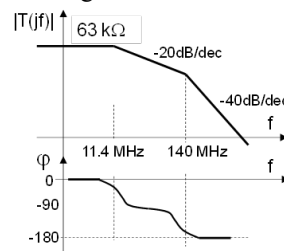
d) Le due capacità non interagiscono tra di loro. Infatti il Gate di T1 è ad un punto fisso in tensione e smista tutta la corrente indotta nelle due capacità verso massa senza spostarsi.  $C_{gs1}$  si scarica attraverso  $1/g_{m1}$  e verso  $R_S$  con due percorsi in parallelo tra di loro, che non vengono modificati dalla presenza di  $C_{gd}$ . Pertanto  $f_{p1}=140MHz$ . La capacità non determina uno zero al finito perché l'unico modo per non avere spostamento all'uscita è che la corrente  $i_{in}$  non entri in T1 ma vada a massa prima, e questo è solo possibile attraverso la capacità, ma

solo alla frequenza infinita in cui la variazione di tensione ai suoi capi sia zero (se no sposterebbe il source di T1 ed avremmo corrente in T1!).

$C_{gd1}$  si scarica attraverso  $R_L$ , senza che l'altra capacità venga vista. Pertanto  $f_{p2}=11.4\text{MHz}$ . Anche  $C_{gd1}$  non introduce uno zero al finito perché l'unico modo per non avere variazione dell'uscita pur iniettando  $i_{in}$  all'ingresso è che la corrente scorra tutta in  $C_{gd1}$  ma senza spostare la tensione, cosa possibile solo a frequenze infinite. La funzione di trasferimento sarà pertanto:

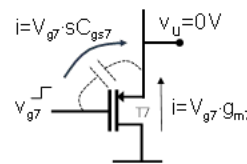
$$T(s) = 64\text{k}\Omega \cdot \frac{1}{\left(1 + sC_{gs1} \cdot \left(R_S \parallel \frac{1}{g_{m1}}\right)\right)} \cdot \frac{1}{(1 + sC_{gd1} \cdot R_L)}$$

I cui diagrammi di Bode sono i seguenti:



- e) Poiché il transistor T7 è un follower ideale, la variazione di tensione ai capi della sua  $C_{gs7}$  sarà nulla. Pertanto questa capacità non richiederà mai carica al circuito ed in pratica diventa invisibile. La sua  $C_{gd7}$  invece contribuisce ponendosi in parallelo a  $C_{gd1}$ . Il circuito quindi mostrerà ancora solo due poli, uno dei quali è identico a quello calcolato prima perché nulla è cambiato attorno a  $C_{gs1}$  ( $f_{p1}=140\text{MHz}$ ) e l'altro avrà semplicemente la costante di tempo  $\tau=(C_{gd1}+C_{gd7})R_L$  dando una  $f_{p2}=5.6\text{MHz}$ . I diagrammi di Bode sarebbero quindi simili a quelli sopra.

Se non vi venisse da fare la considerazione semplificativa appena descritta, considerate che la capacità  $C_{gs7}$  interagisce con il parallelo delle due  $C_{gd}$ . Calcoliamo quindi il termine b come:



$$b = (C_{gd1} + C_{gd7}) \cdot R_L + C_{gs7} \left[ R_L(1 - G) + \frac{1}{g_{m7}} \right]$$

in cui  $G=1$  (è il guadagno di tensione ai capi della  $C_{gs7}$ ). Si ottiene  $b=28\text{ns}+1.2\text{ns}$  da cui si ricava la stima del polo dominante  $f_{p2}=5.4\text{MHz}$ , in linea con quanto precedentemente stimato. Il secondo polo introdotto da T7 lo trovo cortocircuitando le  $C_{gd}$ , ottenendo  $\tau=C_{gs7} / g_{m7}$ , ottenendo  $f_{p3}=127\text{MHz}$ . Vi chiedete ora se  $C_{gs7}$  introduca o meno uno zero, se cioè pur spostando in tensione il suo Gate l'uscita rimanga fissa (zero trasferimento di segnale). Con l'aiuto della figura accanto trovate che le due correnti attivate dal segnale di prova sono uguali per  $s=g_{m7}/C_{gs7}$ , da cui  $f_z=127\text{MHz}$ , coincidente con il polo prima calcolato, per cui si elidono !

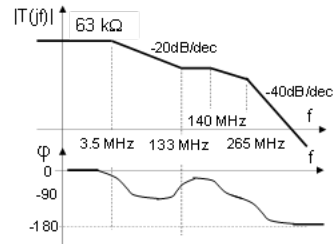
- f) Nulla cambiando in  $f_{p1}=140\text{MHz}$ , la situazione differisce solo per il fatto che ora il termine G dell'equazione di b prima scritta è  $G=0.5$  e che la resistenza vista al Source di T7 contiene anche  $R_x$ :

$$b = (C_{gd1} + C_{gd7}) \cdot R_L + C_{gs7} \left[ R_L(1 - 0.5) + \frac{1}{g_{m7}} \parallel R_x \right]$$

Inserendo i valori si ottiene  $b=28\text{ns}+17.5\text{ns}+0.6\text{ns}=46\text{ns}$  che determina un polo prevalente  $f_{p2}=3.5\text{MHz}$ . Cortocircuitando  $(C_{gd1}+C_{gd7})$  si ottiene

$$b' = C_{gs7} \left[ \frac{1}{g_{m7}} \parallel R_x \right] = 0.6\text{ns}$$

Esso fornisce quindi un polo a  $f_{p3}=265\text{MHz}$ .  
 Il circuito presenterà ancora lo stesso zero negativo di prima a  $f_z=127\text{MHz}$ .  
 Accanto trovate i corrispondenti diagrammi di Bode.



### 9.5.2 L'Emitter follower

Il comportamento in frequenza dell'Emitter follower (Fig.9.16) è simile a quello del Source follower perché il numero e la natura delle singolarità è il medesimo. Se ben progettato, con la resistenza di Emittitore molto piccola rispetto al carico ( $1/g_m \ll R_E$ ), possiamo immediatamente stimare il polo dominante come :

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_\mu \left[ R_i \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right]} \quad (9.42)$$

Si noti come sia buona norma non collegare alcuna resistenza tra Drain e l'alimentazione in modo da minimizzare la resistenza vista ai capi di  $C_{bc}=C_\mu$

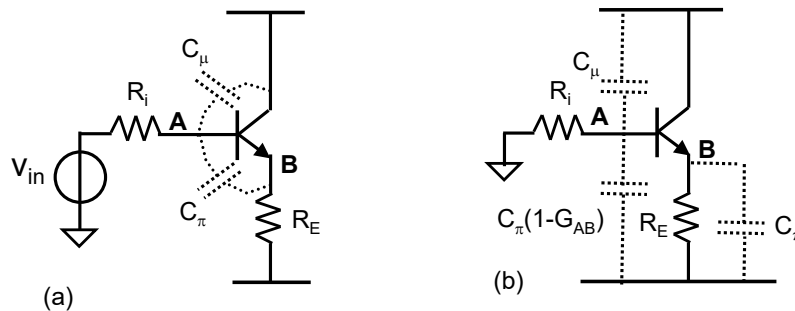


Fig. 9.16 Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un Emitter follower.



Se l'ipotesi che  $R_E \gg 1/g_m$  non fosse verificata o se comunque fosse necessario ricostruire esattamente il denominatore della funzione di trasferimento dello stadio, basterà aggiungere al termine per  $C_\mu$  anche il termine relativo a  $C_\pi$  e confezionare il coefficiente  $b$  della funzione di trasferimento. Quest'ultimo è già stato calcolato precedentemente e ben approssimato da :

$$b \cong C_\mu \left[ R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right\| \right] + C_\pi \left[ R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + R_E \left\| \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\| \right] \quad (9.43)$$

Nella parentesi quadra di destra si riconoscono i due addendi (Fig.9.21b) :

- $C_\pi R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) \right\|$  è la costante di tempo associata alla scarica, sulla rete resistiva di ingresso, della capacità di ponte  $C_\pi$ , che si è pensato di riportare tra Base e massa tenendo conto della riduzione della carica assorbita determinata dalla variazione di potenziale del nodo di Emittitore (effetto Miller). Questo termine è spesso piccolo essendo il termine tra parentesi tonda molto vicino a zero in un buon follower (in cui addirittura al posto della resistenza  $R_E$  si pone un generatore di corrente con resistenza equivalente elevatissima).
- $C_\pi R_E \left\| \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\|$  è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte  $C_\pi$  sulla resistenza vista all'uscita;

Il polo prevalente dell'Emitter follower sarà pertanto dell'ordine di

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (9.44)$$

Esso è a frequenza tanto maggiore quanto più i singoli addendi di  $b$  saranno piccoli.

Per calcolare il polo a frequenza maggiore, possiamo guardare gli addendi della Eq.(9.43) ed individuare il termine con costante di tempo maggiore. Esso sarà il maggior responsabile del valore di  $f_L$ . La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando ora andiamo ad esplorare frequenze oltre  $f_L$ . Cortocircuitando nello schema della Fig.9.16 quella capacità, otteniamo un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo in questa situazione, cioè del polo a frequenza elevata,  $f_H$ , del circuito completo.

**Calcolo analitico** : l'espressione precisa della funzione di trasferimento dell'Emitter follower, da usarsi per confronto con l'analisi appena fatta, sarebbe:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_E(\beta+1)}{[R_E(\beta+1)+r_\pi+R_{in}]} \cdot \frac{1+sC_\pi r_\pi/(\beta+1)}{s^2a+sb+1} \quad (9.45)$$

dove  $a = \frac{C_\pi C_\mu R_E R_i \beta / g_m}{[R_E(\beta+1)+r_\pi+R_i]}$

$$b = C_\mu \left[ R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right. \right] + C_\pi \left[ R_i \left\| \left( \frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + \frac{R_E \beta / g_m}{R_i + \beta R_E + \beta / g_m} \right. \right]$$

Solo l'ultimo addendo di b differisce, peraltro di pochissimo, dall'analogo termine trovato intuitivamente nella (9.43). Questo non deve sorprendere perché non esiste alcun teorema generale che consenta di dividere una capacità di ponte in due semplici capacità equivalenti tra i due morsetti e massa. La differenza è così piccola che nella quasi totalità dei casi pratici di circuiti Emitter follower non conta niente. Pertanto si farà sempre riferimento alla (9.43).

### 9.5.3 Pilotaggio di un carico capacitivo

In presenza di un carico capacitivo  $C_L$  in parallelo ad  $R_E$ , come mostrato nella Fig.9.17, la funzione di trasferimento continuerebbe ad avere due poli, perché le tre capacità non sarebbero tra loro indipendenti in quanto messe sulla stessa maglia tra due alimentazioni. Tuttavia cambierebbe sia il coefficiente del termine di secondo grado al denominatore che quello del termine di primo grado che determina il polo prevalente. Anche in questo caso l'espressione del polo prevalente può essere ricavata utilizzando il metodo sintetico da noi adottato nei paragrafi precedenti.

In genere tuttavia non è necessario svolgere con precisione questi calcoli. Infatti, se lo stadio è ben progettato ( $1/g_m \ll R_S$ ), si può trascurare la capacità di accoppiamento ( $C_{gs}$  o  $C_\pi$ ) e prevedere che il circuito risponda con due costanti di tempo indipendenti e non interagenti, una data dalla costante di tempo di ingresso (pari a quella trovata prima in assenza di carico capacitivo), l'altra dalla costante di tempo di uscita  $C_L R_S \left\| \left( \frac{1}{g_m} \right) \right.$ . L'importanza di quest'ultimo termine dipende dall'entità del carico capacitivo e dalla resistenza  $1/g_m$  di uscita del follower, che generalmente dovrebbe essere ben più piccola di  $R_E$ .

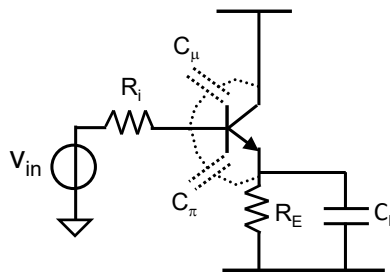
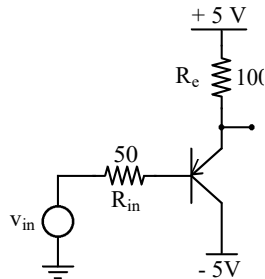


Fig. 9.17 Emitter follower che pilota un carico capacitivo esterno  $C_L$ .

**E 9.18** Calcolare il valore dei poli e dello zero della funzione di trasferimento del seguente circuito utilizzando un BJT di potenza ( $\beta=100$ ,  $C_{\mu}=50\text{pF}$  e  $f_T=300\text{MHz}$ ). Studiare come essa si modifica aggiungendo una componente capacitiva di  $30\text{pF}$  al carico.



Con riferimento alla (9.22), le singole costanti di tempo che compaiono nei coefficienti del denominatore della funzione di trasferimento sono:

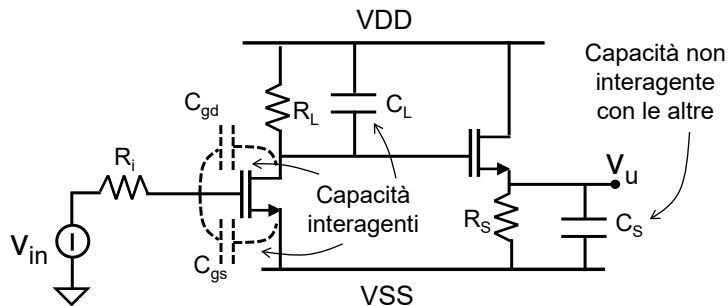
$$\begin{aligned} \tau_1 &= (r_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_c)) C_{\mu} = 2.5 \text{ ns} \\ \tau_b &= R_c r_{\pi} / (R_{in} + R_{in}(\beta + 1) + r_{\pi}) C_{\pi} = 0.5 \text{ ns} \\ \tau_3 &= (r_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_c)) C_{\pi} / (1 + g_m R_c) = 0.25 \text{ ns}. \end{aligned}$$

Esse sono state calcolate tenendo presente che la resistenza tra il nodo di Base e massa è  $R_{in} \parallel (\beta/g_m + \beta R_c)$ . Una prima stima del polo prevalente porterebbe a fissarlo alla frequenza  $f_L=49\text{MHz}$ . Il calcolo di  $\tau_a=1.1\text{ns}$  e la risoluzione precisa del denominatore della (9.22) apporta una correzione alla prima stima e colloca i due poli a  $57\text{MHz}$  e  $365\text{MHz}$ . Si noti come il polo prevalente sia determinato dalla rete di ingresso attraverso la  $\tau_1$  a causa del grande valore di  $C_{\mu}$ . Lo zero è invece posto alla frequenza  $f_z=1/(2\pi C_{\pi}/g_m)=317\text{MHz}$ , praticamente coincidente con la  $f_T$ .

## 9.6 FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DI SISTEMI ELETTRONICI COMPLESSI

Nei capitoli precedenti abbiamo sottolineato il fatto che eventuali  $n$  capacità interagenti ed indipendenti presenti in un circuito si mappino nel denominatore della funzione di trasferimento con espressioni algebriche di ordine  $n$ . Ad esse si applica la procedura sintetica di determinazione del coefficiente di 1° grado (dove compaiono tutte le capacità interagenti, anche quelle non indipendenti) e della ricerca a cascata dei poli a frequenze maggiori vista nei paragrafi precedenti.

Eventuali altre capacità presenti nel circuito ma non interagenti con le prime produrranno dei poli che compariranno nella funzione di trasferimento come termini aggiuntivi a moltiplicare. Nel circuito seguente ad esempio:



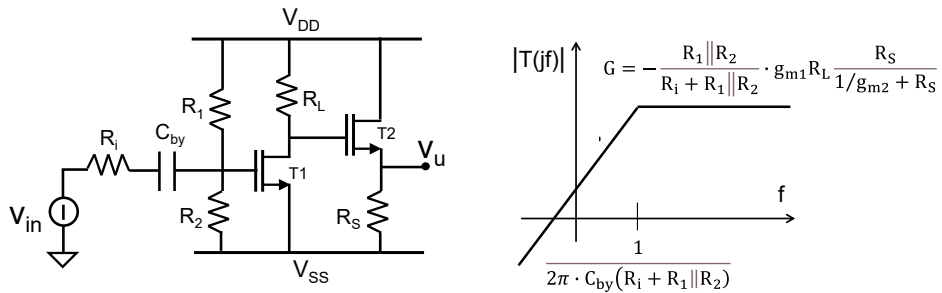
la struttura della  $T(s)$  sarà del seguente tipo :

$$T(s) = T(0) \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{(a \cdot s^2 + b \cdot s + 1) \cdot (1 + s \frac{1}{g_m} \parallel R_S C_S)} \quad (9.46)$$

perché le 3 capacità interagenti (ma di cui solo 2 sono indipendenti) daranno l'espressione del secondo grado e la capacità  $C_S$ , non interagente con le altre, manifesterà il suo polo in maniera autonoma.

### 9.6.1 Presenza di una capacità di disaccoppiamento in serie al segnale

In presenza di capacità di bypass in serie al segnale, la struttura della funzione di trasferimento cambia di aspetto perché lo zero nell'origine non rende possibile definire un termine  $T(0)$ , che dovrebbe essere pari a zero. Consideriamo la semplice situazione seguente :



Noi sapremmo tracciare il diagramma di Bode del guadagno con precisione, come indicato nella figura, perché i) sappiamo esserci lo zero nell'origine; ii) sappiamo calcolare il polo e iii) sappiamo calcolare il guadagno a frequenze superiori al polo quando la capacità  $C_{by}$  non riesce più ad aggiornarsi.

Ci chiediamo come scrivere precisamente la funzione di trasferimento  $T(s)$ . Per ispezione, saremmo portati a scriverla nel seguente modo :

$$T(s) = -A \cdot \frac{s}{1 + sC_{by}(R_i + R_1 \parallel R_2)}$$

in cui  $A$  è incognita.

Per ricavare  $A$  sappiamo che a frequenze maggiori del polo la  $C_{by}$  sarà un cortocircuito e quindi dopo la frequenza del polo il guadagno sarà come indicato nel grafico sopra pari a :

$$G = - \frac{R_1 \parallel R_2}{R_i + R_1 \parallel R_2} \cdot g_m R_L \frac{R_S}{1/g_m + R_S}$$

Se applico questa condizione alla  $T(s)$  a frequenze maggiori del polo, in cui posso ora trascurare "1" nel denominatore, ho :

$$A \cdot \frac{s}{sC_{by}(R_i + R_1 \parallel R_2)} = \frac{R_1 \parallel R_2}{R_i + R_1 \parallel R_2} \cdot g_m R_L \cdot \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \tag{9.48}$$

da cui ottengo

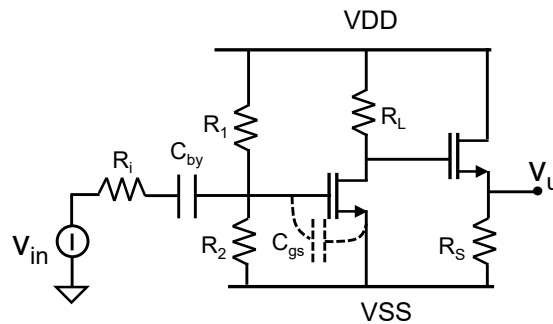
$$A = C_{by}(R_1 \parallel R_2) \cdot g_m R_L \cdot \frac{R_S}{1/g_m + R_S}$$

Notate che giustamente in questo esempio il termine A ha le dimensioni di una costante di tempo dovendo moltiplicare s. La funzione di trasferimento completa sarà pertanto scrivibile come:

$$T(s) = -g_m R_L \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \cdot \frac{s C_{by} (R_1 \parallel R_2)}{1 + s C_{by} (R_{in} + R_1 \parallel R_2)}$$

### 9.6.2 Capacità di disaccoppiamento interagenti con altre capacità

Situazione analoga la si incontra nel caso di due capacità interagenti in cui una delle due sia  $C_{by}$ , come la seguente :



Mi aspetto che la funzione di trasferimento abbia una struttura del tipo :

$$T(s) = -A \cdot \frac{s}{as^2 + bs + 1} \tag{9.49}$$

In cui A è incognita e contiene l'informazione del guadagno del circuito ed il denominatore è un polinomio di secondo grado. Il termine "b" è, come al solito, pari a :

$$b = C_{by} (R_{in} + R_1 \parallel R_2) + C_{gs} (R_1 \parallel R_2)$$

Se  $C_{by}$  definisce l'addendo con costante di tempo più grande (questo è il caso nella maggioranza delle situazioni reali ed è la ragione per mettere una  $C_{by}$ ) allora il polo a frequenza più bassa sarà proprio dato da lui e quindi posso dettagliare meglio l'espressione (9.49) nell'intorno di questo primo polo come :

$$T(s) = -A \cdot \frac{s}{1 + s(C_{by} (R_{in} + R_1 \parallel R_2))}$$

A frequenze maggiori di questo primo polo ma minori del secondo so calcolare il guadagno che risulta essere :

$$G_{mf} = - \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1 \parallel R_2 + R_i} \cdot g_m R_L \frac{R_S}{1/g_m + R_S}$$

Eguagliando queste due ultime relazioni nell'intervallo di frequenze dopo il primo polo dato da  $C_{by}$  (trascurando quindi il termine "1+") otteniamo il termine A come :

$$A = C_{by}(R_1 \parallel R_2) \cdot g_m R_L \cdot \frac{R_S}{1/g_m + R_S}$$

e quindi la funzione di trasferimento sarà ben approssimabile a :

$$T(s) = -g_m R_L \cdot \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \cdot \frac{sC_{by}(R_1 \parallel R_2)}{1 + s(C_{by}(R_{in} + R_1 \parallel R_2))} \cdot \frac{1}{1 + sC_{gs}R_{in} \parallel R_1 \parallel R_2}$$

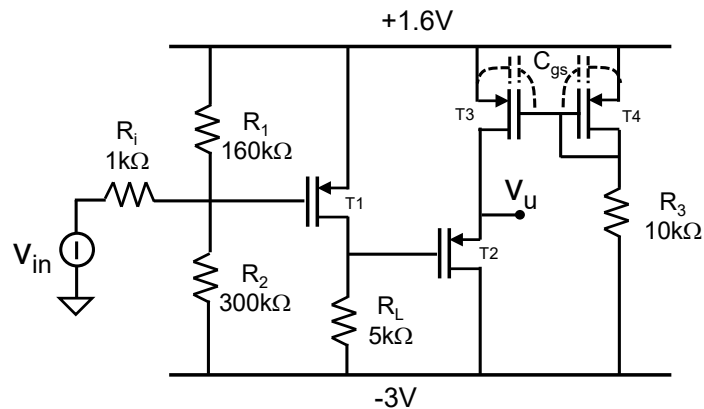
Se si fosse svolto il bilancio al nodo di Gate si sarebbe ottenuto la seguente espressione precisa :

$$T(s) = -g_m R_L \cdot \frac{R_S}{1/g_m + R_S} \cdot \frac{sC_{by}(R_1 \parallel R_2)}{s^2 C_{by} C_{gs} R_{in} (R_1 \parallel R_2) + s(C_{by}(R_{in} + R_1 \parallel R_2) + C_{gs}(R_1 \parallel R_2)) + 1} \quad (9.50)$$



### 9.6.3 Capacità non partecipanti alla funzione di trasferimento $T(s)$

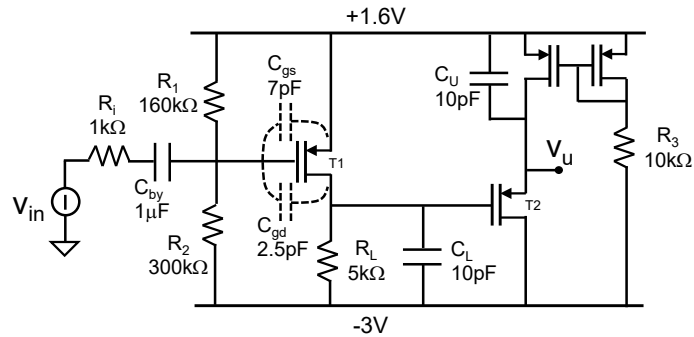
Naturalmente eventuali capacità presenti nel circuito ma non interessate dal segnale NON partecipano alla formazione della funzione di trasferimento  $T(s)$  ! Nel circuito della Fig.9.18 questo sarebbe il caso delle capacità  $C_{gs}$  di T3 e T4 (tra di loro in parallelo) che non dovranno mai caricarsi o scaricarsi quando applico un segnale  $v_{in}$ . Esse quindi non partecipano a modificare con la frequenza il trasferimento del segnale tra l'ingresso e l'uscita presa sul Source di T2 e quindi non compariranno nella  $T(s)$ .



**Fig. 9.18** Circuito che non presenta poli né zeri nella funzione di trasferimento ( $T(s)=-3$ ) pur in presenza di due capacità nello schema circuitale, perché queste non sollecitate in alcun modo dal segnale.

**E 9.19** Si voglia analizzare il circuito seguente, che utilizza MOSFET con  $V_T=0.6V$ ,  $k=300\mu A/V^2$  e  $V_A=\infty$ . Si considerino le capacità parassite del solo transistor T1.

- Calcolare la polarizzazione ed indicare il valore in DC dell'uscita;
- Stimare dalla topologia quanti poli e quanti zeri avrà il circuito ed impostare l'espressione della funzione di trasferimento;
- Calcolare il polo prevalente del circuito;
- Calcolare la banda passante del circuito;
- Calcolare tutti i poli e gli zeri presenti nella funzione di trasferimento;
- Disegnare il diagramma di Bode (modulo e fase) della funzione di trasferimento completa;
- Verificare facendo i conti analitici precisi che i poli che definiscono la banda, e quindi i più importanti, siano stati stimati con ottima precisione;

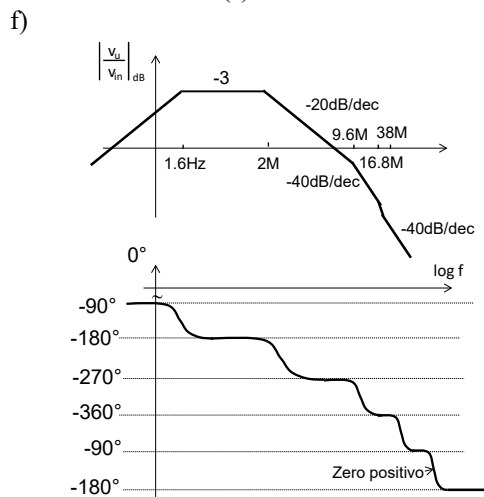


- $V_u=+0.1V$ ,  $g_{m1}=600\mu A/V$  ( $1/g_{m1}=1.6k\Omega$ ),  $I_{R3}=300\mu A$ .
- Il circuito è costituito da un primo stadio di guadagno e da un buffer di tensione. Il primo stadio introdurrà 3 poli nonostante la presenza di 4 capacità perché  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  e  $C_L$  non sono tra di loro indipendenti. Le 4 capacità del primo stadio sono tutte interagenti tra di loro e quindi concorreranno tutte al termine "b", coefficiente del termine di primo grado di un polinomio di terzo grado al denominatore di  $T(s)$ . Il polinomio andrà a moltiplicare il singolo ulteriore polo introdotto dal buffer che, non interagendo con i precedenti, sarà un semplice termine moltiplicativo nella  $T(s)$ . Mi aspetto uno zero nell'origine ( $S=0$ ) ed uno zero destro dato da  $C_{gd}$ . La funzione di trasferimento me la aspetto di questo tipo :

$$T(s) = A \cdot \frac{s \cdot \left(1 - \frac{sC_{gd}}{g_m}\right)}{\left(c \cdot s^3 + a \cdot s^2 + b \cdot s + 1\right) \cdot \left(1 + s \frac{1}{gm3} \parallel R_S C_S\right)}$$

con A da determinare.

- c) Calcolo innanzitutto il termine "b" per verificare che  $C_{by}$  intervenga a frequenze più basse delle altre capacità con lei interagenti :  $b=0.1s(C_{by})+728ns(C_{gs}) + 1\mu s(C_{gd}) + 50ns(C_L)= 0,1s$ . Concludo dicendo che tra queste 4 capacità prevale  $C_{by}$  che definisce un polo a 1.6Hz.  
Da questa frequenza in avanti posso pensare  $C_{by}$  cortocircuitata, il guadagno valere circa -3 e procedere a cascata al calcolo degli altri poli. Prima di andare oltre verifico dove stia il polo del buffer :  $f_{buf}= 9.6MHz$ .
- d) Calcolo il polo successivo del circuito : " $b_2$ "=  $7ns(C_{gs}) + 22.5ns(C_{gd}) + 50ns(C_L)=80ns$  da cui  $f_{p2}=2MHz$ .  
La banda passante del circuito è quindi compresa tra 1.6Hz e 2 MHz.
- e) Cortocircuito  $C_L$  e stimo il successivo polo : " $b_3$ "=  $9.5ns(C_{gs}||C_{gd})$  da cui  $f_{p3}=16.8MHz$ . Notate che se non mi fossi accorto all'inizio che le capacità non erano indipendenti, a questo punto me ne sarei accorto trovando le ultime due capacità tra di loro in parallelo e quindi fornendomi un unico polo.  
Lo zero della  $T(s)$  sta a  $f_z=38MHz$ .



Per scrivere una buona stima della funzione di trasferimento devo innanzitutto trovare il coefficiente moltiplicativo A. La funzione di trasferimento semplificata per rappresentare la zona dello spettro fino a dopo il polo introdotto da  $C_{by}$  e prima degli altri poli avrà la seguente forma :

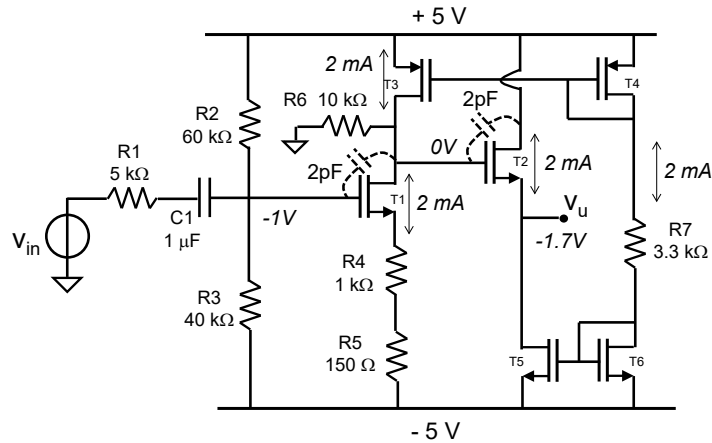
$$T(s) = A \cdot \frac{s}{(1 + sC_{by}(R_i + R_1 || R_2))}$$

Dopo il polo so che  $T(s)$  avrà la seguente espressione :

$$G = - \frac{R_1 || R_2}{R_i + R_1 || R_2} \cdot g_m R_L$$

Eguagliando le due espressioni ad una frequenza dopo il polo, e pertanto trascurando 1 nell'espressione, si ottiene :

**E 9.20** Considerate il circuito della figura seguente. Tutti i transistori, sia gli nMOSFET che i pMOSFET, hanno  $V_T=0.7V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=2mA/V^2$  e  $V_A=\infty$ . Lo schema circuitale riporta anche i valori di polarizzazione.



- Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita del circuito,  $S_n(f)$ , dovuta alla sola resistenza  $R_4$ .
- Considerando la presenza della capacità  $C_{gd}=2pF$  dei soli transistori  $T_1$  e  $T_2$ , come in figura, calcolare i poli e gli zeri della funzione di trasferimento e disegnarne i diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.

Tutti i transistori hanno  $g_m=4mA/V$ , e  $1/g_m=250\Omega$ .

- Visualizzando il rumore ad esempio con il suo generatore di tensione in serie ad  $R_4$ , si ottiene la seguente espressione di  $S_n(f)$  :

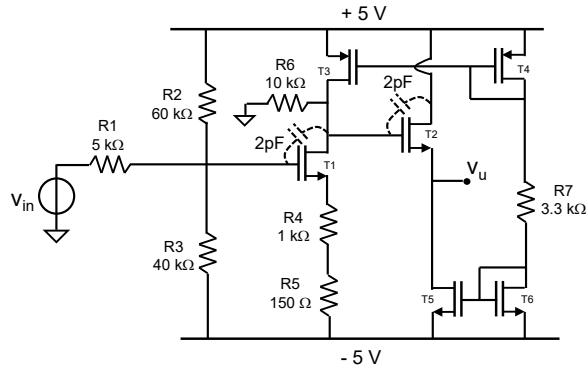
$$4kTR_4 \left( \frac{R_6}{\frac{1}{g_m} + R_4 + R_5} \right)^2 = 8.2 \cdot 10^{-16} \frac{V^2}{Hz} \cong \left( 29 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$$

- Le 3 capacità interagiscono tra di loro a dare 3 poli (perché indipendenti tra loro). Per ricavarli procedo calcolando il termine b del circuito completo che raccoglie la somma delle tre singole costanti di tempo :

$$b1 = C_1(R_1 + R_2 || R_3) + C_{gd1} \left[ R_2 || R_3 \left( 1 + \frac{R_6}{\frac{1}{g_m} + R_4 + R_5} \right) + R_6 \right] + C_{gd2} R_6$$

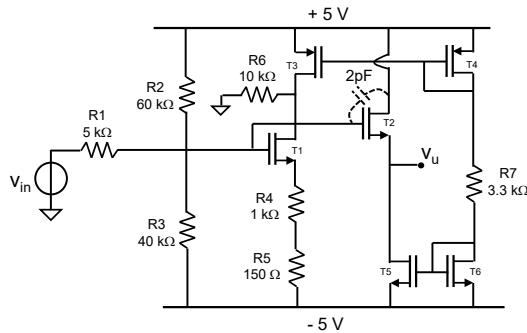
da cui si ottiene  $b1=29ms+410ns+20ns=29ms$  e pertanto  $f_{p1}=5.5Hz$ .

Individuata la capacità  $C_1$  come quella che interviene prima, la cortocircuitiamo nella nostra ricerca del polo a frequenza maggiore. Ancora le restanti due capacità interagiscono e quindi riappliciamo al seguente circuito il metodo :



$$b2 = C_{gd1} \left[ R_1 || R_2 || R_3 \left( 1 + \frac{R_6}{\frac{1}{g_m} + R_4 + R_5} \right) + R_6 \right] + C_{gd2} R_6$$

da cui si ottiene  $b2=87ns+20ns=106ns$  e pertanto  $f_{p2}=1.5MHz$ . Notiamo che  $C_{gd1}$  è la prima ad intervenire e quindi facciamo l'ultimo calcolo dovo averla cortocircuitata :



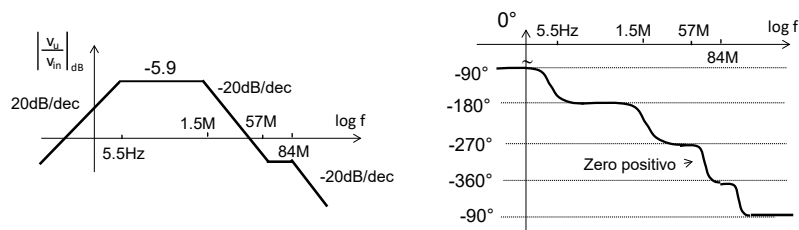
$$b3 = C_{gd2} \left[ R_1 || R_2 || R_3 || R_6 || \left( \frac{1}{g_m} + R_4 + R_5 \right) \right] = 1.9ns$$

da cui si ottiene  $f_{p3}=84MHz$ .

Oltre allo zero nell'origine degli assi ( $f_{z1}=0Hz$ ),  $C_{gd1}$  darà uno zero destro alla frequenza :

$$f_{z2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{C_{gd1} \left( \frac{1}{g_m} + R_4 + R_5 \right)} = 57MHz$$

I diagrammi di Bode avranno quindi il seguente andamento:



## 9.7 CIRCUITI A BANDA LARGA : LA CONFIGURAZIONE CASCODE

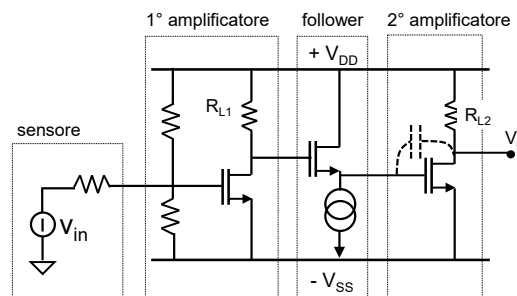
Da quanto visto fino ad ora è chiaro che per avere i poli di un circuito a frequenza elevata è necessario che:

1) **le capacità presenti nel circuito siano le più piccole possibili.** Nella pratica di progetto questo si traduce nella scelta di transistori con le dimensioni più piccole possibili, compatibilmente con la necessità di portare una data corrente di polarizzazione e di avere una sufficiente transconduttanza.

Inoltre si traduce nell'attenzione a limitare il più possibile le capacità parassite introdotte in un circuito dai collegamenti, che si sommerebbero alle capacità già viste o aggiungerebbero ulteriori poli a quelli già individuati.

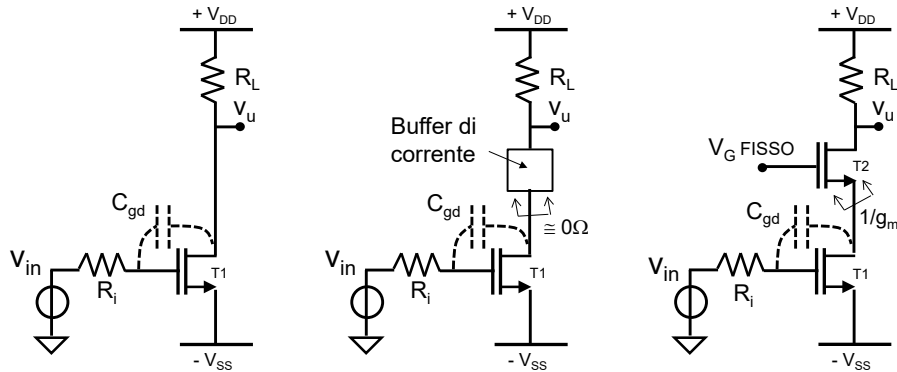
2) **le resistenze presenti nel circuito siano le più piccole possibili.** In particolare la resistenza  $R_i$  (resistenza di accesso al Gate) sarebbe utile che fosse piccola perché presente in molte costanti di tempo. Nella pratica essa è spesso la resistenza di uscita dello stadio precedente e si presume che sia già ottimizzata con l'aggiunta di un opportuno buffer o che comunque non sia possibile ridurla ulteriormente.

Da questo punto di vista è chiara l'utilità del buffer di tensione tra uno stadio amplificante ed il successivo. Nella figura seguente sono riportati due amplificatori in cascata intercalati da un buffer.



Senza il buffer, la resistenza  $R_i$  del 2° stadio sarebbe la resistenza di uscita del 1° stadio,  $R_{L1}$ , inevitabilmente elevata se si vuole guadagnare. L'aggiunta del buffer abbassa tale valore alla sua  $1/g_m$ , in genere molto più piccola, migliorando così la banda passante del 2° stadio.

Poiché il guadagno del circuito dipende dalle resistenze  $R_{L1}$  e  $R_{L2}$ , senza il buffer una loro diminuzione aumenterebbe la banda ma ne diminuirebbe il guadagno, lasciando quasi inalterato il prodotto guadagno-banda e quindi non apportando alcun reale miglioramento al circuito.



**Fig. 9.19** Amplificatore tradizionale (sinistra), amplificatore con buffer di corrente ideale per migliorarne la banda passante (centro) e realizzazione con buffer reale a singolo MOSFET, chiamato stadio Cascode (destra).

Oltre a questi due aspetti, una attenta analisi dei risultati visti analizzando i singoli stadi ci permette di evidenziarne un terzo aspetto molto importante:

**3) il guadagno di tensione tra i due capi delle capacità a ponte sia il più piccolo possibile.** Riferiamoci al circuito a sinistra della Fig.9.19, che ben conosciamo, la cui funzione di trasferimento è riproposta qui per comodità:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}[R_i(1 - G_C) + R_L]} \quad (9.51)$$

dove  $G_C = -g_m R_L$  è il guadagno di tensione ai capi della capacità  $C_{gd}$ . Abbiamo visto che il polo della capacità  $C_{gd}$  ha una costante di tempo elevata proprio perché la tensione ai capi della capacità varia molto, essendo proprio collegata tra ingresso ed uscita, cioè tra i due punti del circuito che hanno la massima variazione relativa di tensione su segnale. Il termine moltiplicativo  $(1 + g_m R_L)$  rende conto proprio di questo fatto.

Da qui nasce l'idea migliorativa proposta nel circuito al centro della Fig.9.19, consistente nell'aggiunta di un buffer di corrente all'uscita del transistor. In questo modo l'impedenza di ingresso del buffer, idealmente zero, fa sì che quel punto non si muova in tensione e quindi che  $G_C = 0$  (cioè che il piatto in uscita del condensatore non si sposti). Il polo diventa quindi molto veloce, idealmente  $\tau = C_{gd} R_i$ . L'aggiunta del buffer non modifica il guadagno del circuito: la corrente di segnale prodotta dal transistor infatti passa attraverso il buffer e scorre in  $R_L$  esattamente come prima e muove l'uscita di tensione esattamente come prima.

Un modo semplice di realizzare un buffer di corrente è di inserire un transistor in serie al precedente, il cui Gate (Base) sia fissato in tensione

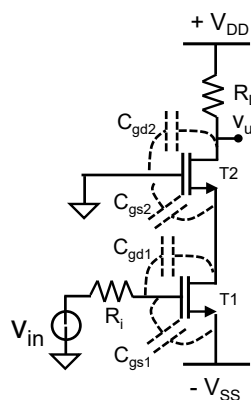
(transistore nella configurazione a Gate comune). Se l'impedenza mostrata dal Source del nuovo transistore ( $1/g_m$ ) è più bassa di  $R_L$ , il guadagno ai capi di  $C_{gd}$  risulta ridotto rispetto a prima e conseguentemente risulta più piccola anche la costante di tempo complessiva. Vediamo vantaggi e svantaggi di questa elegante soluzione riportata a destra nella Fig.9.19:

- a) *il circuito mantiene inalterata la precedente polarizzazione.* Infatti, la corrente è fissata da T1, invariato, ed il potenziale di uscita (ai capi di  $R_L$ ) è invariato.
- b) *bisogna avere l'accortezza che il potenziale del Source di T2 mantenga T1 in zona attiva.* Questo lo si ottiene, scegliendo opportunamente il potenziale fisso del Gate di T2.
- c) *l'amplificazione in centro banda del nuovo circuito rimane invariata,* perché la corrente di segnale prodotta da T1 comunque scorre inalterata attraverso T2 e raggiunge  $R_L$  come prima.
- d) *il guadagno di tensione a cavallo della capacità  $C_{gd}$  è ridotto.* Conseguentemente la carica richiesta da  $C_{gd}$  è minore, minore il tempo per andare a regime e quindi complessivamente minore la costante di tempo di carica/scarica. La frequenza del polo sarà maggiore. La nuova costante di tempo del polo introdotto da  $C_{gd}$  è quindi :

$$\tau = C_{gd} \cdot \left[ R_i \left( 1 + g_{m1} \frac{1}{g_{m2}} \right) + \frac{1}{g_{m2}} \right]$$

molto più piccola di prima.

- e) Rispetto al caso senza T2, l'aggiunta del secondo transistore ha lo svantaggio



**Fig. 9.20** Amplificatore nella configurazione Cascode con tutte le capacità messe in evidenza.



che *riduce la dinamica di segnale* ai capi di  $R_L$  perché T2 occupa una parte di tensione tra Drain di T1 e  $V_{DD}$ .

- f) Vengono aggiunte le due nuove capacità  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$  del transistor T2. Con riferimento alla Fig.9.20, la *capacità*  $C_{gs}$  di T2 concorre al termine "b" del denominatore della funzione di trasferimento, con un termine  $C_{gs}/g_m$  molto piccolo, corrispondente alla  $f_T$  del transistor T2. Esso in generale non limita e può essere nella pratica trascurato.

La *capacità*  $C_{gd}$  di T2 non interagisce con le altre e quindi concorre a definire un nuovo polo esattamente alla frequenza

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi \cdot C_{gd2} R_L} \quad (9.52)$$

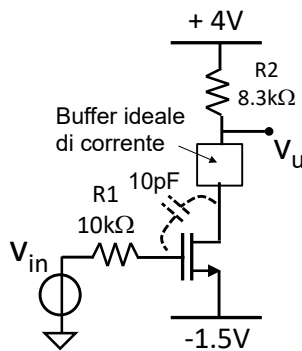
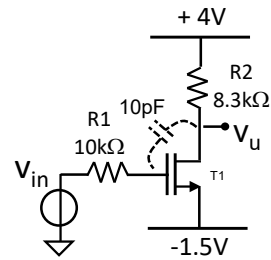
Questo polo può anche essere il polo dominante del circuito, e quindi definirne la banda, ma sarà comunque a frequenza superiore del polo del circuito senza cascode, giustificando quindi la modifica al circuito originario.

Il sistema costituito da uno stadio Source (Emettitore) comune seguito da uno stadio Gate (Base) comune, è chiamato **configurazione Cascode**. Per quanto visto *scopo del Cascode è di aumentare la frequenza del polo prevalente dello stadio amplificante annullando l'effetto Miller sulla sua capacità di ponte*  $C_{gd}$  ( $C_\mu$ ) tra ingresso ed uscita. L'allargamento della banda è tanto più consistente quanto più è elevata la resistenza  $R_i$  del generatore di segnale forzante e quanto più è alto il guadagno di tensione dello stadio ( $g_m R_L$ ).

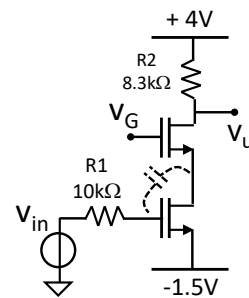
**E 9.21**

Considerare il circuito accanto che utilizza un MOSFET avente  $V_T=0.5V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=300\mu A/V^2$  e caratteristiche ideali ( $V_A=\infty$ )

- Disegnare l'andamento in frequenza del guadagno  $G(s)$  in un diagramma di Bode quotato nel caso in cui si possa considerare solo la capacità  $C_{gd}=10pF$ . Scrivere per esteso l'espressione di  $G(s)$ .
- Calcolare la massima ampiezza di una sinusoidale a bassa frequenza presente in uscita al circuito.
- Disegnare i diagrammi di Bode nel caso in cui si utilizzi un buffer ideale di corrente per disaccoppiare il transistor  $T1$  dal carico  $R2$ , come indicato nello schema seguente:

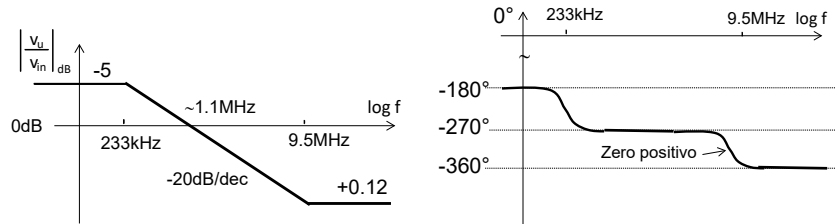


- Sostituire il buffer ideale del punto precedente con un buffer reale fatto con un transistor uguale a  $T1$ . Polarizzarlo scegliendo  $V_G$  in modo che il suo Source stia alla stessa tensione del Drain di  $T1$ . Disegnare i nuovi diagrammi di Bode e commentare quanto si migliori in banda rispetto al caso a) e quanto ci si discosti dalla situazione ottima del caso c).
- Calcolare la massima ampiezza di una sinusoidale a bassa frequenza presente all'uscita del circuito e confrontarla con quanto trovato al punto b)



a)  $V_G=0V$ ,  $I_D=300\mu A$ ,  $1/g_m=1666\Omega$ ,  $V_u=1.5V$  : il MOSFET è polarizzato correttamente.  $G(0)=-5$ .

I diagrammi di Bode sono i seguenti:



Notate lo zero positivo (a destra nel piano di Gauss) che aggiunge sfasamento; notate il valore di guadagno ad alta frequenza che tiene conto del fatto che T1 opera ora a transdiodo; notate il guadagno che passa da invertente a bassa frequenza a positivo ad alta frequenza. La banda è quindi di circa 233kHz. La funzione di trasferimento avrà quindi la seguente espressione:

$$G(s) = -5 \cdot \frac{(1 - sC_{gd} \frac{1}{g_m})}{(1 + sC_{gd}[R_1(1 + 5) + R_2])}$$

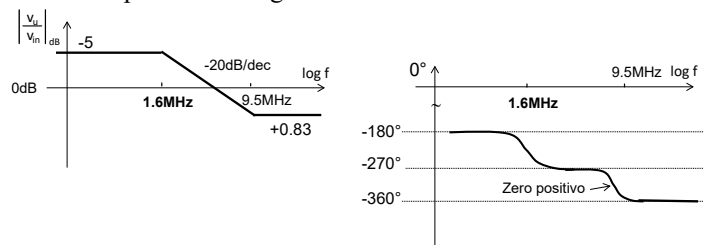
- b) L'uscita può salire fino all'alimentazione ( $\Delta=2.5V$ ) quando T1 si interdice. L'uscita può scendere fino ad una soglia sotto il Gate ( $\Delta=1.66V$ ) quando l'ingresso è salito di 0.33V.
- c) Il buffer ideale mostra impedenza di ingresso  $Z_{in}=0$  Ohm, guadagno unitario di corrente ed impedenza di uscita infinita. Nell'espressione di  $G(s)$  vado così ad agire su "-5", ora uguale a 0, e su  $R_2$  ora uguale a zero, ottenendo :

$$G(s) = -5 \cdot \frac{(1 - sC_{gd} \frac{1}{g_m})}{(1 + sC_{gd}[R_1(1 + 0) + 0])}$$

ottenendo un polo alla frequenza di  $f_p=1.6MHz$ , estendendo quindi la banda di almeno 7 volte. Questo è il meglio che si possa ottenere da questo circuito. Lo zero rimane invariato e quindi il guadagno ad altissima frequenza cambia assumendo ora il valore  $G=+0.83$  ricavato da:

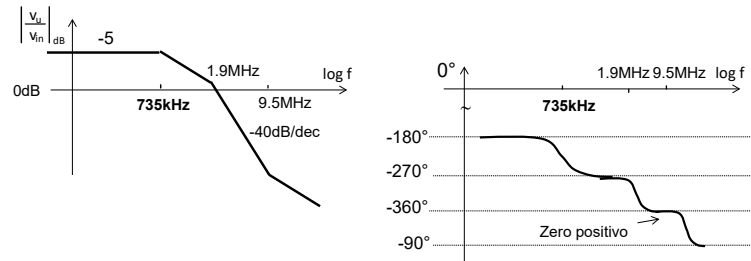
$$\frac{v_{in}}{R_1} \cdot R_2 = v_u$$

e confermato dalle pendenze nel grafico:



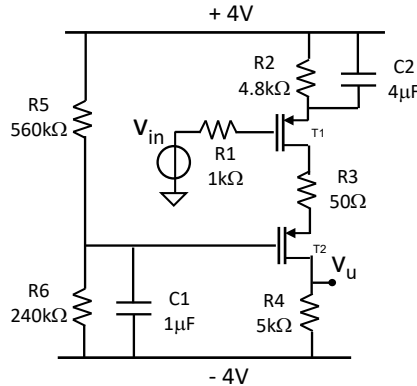
- d)  $V_G=1.5V$ . Il buffer T2 introduce un polo aggiuntivo alla frequenza  $f_{p2}=1.9MHz$  Il nuovo polo di T2 è ora  $f_p=735kHz$ , intermedio tra i due precedenti, migliorando di un fattore 3 la banda rispetto al caso senza Cascode ma ancora distante della meta' dall'ideale raggiungibile:

$$G(s) = -5 \cdot \frac{(1 - sC_{gd} \frac{1}{g_m})}{(1 + sC_{gd}[R_1(1 + 1) + 1.66k]) \cdot (1 + sC_{gd2}R_2)}$$



e) Ora l'uscita può scendere solo di 0.5V.

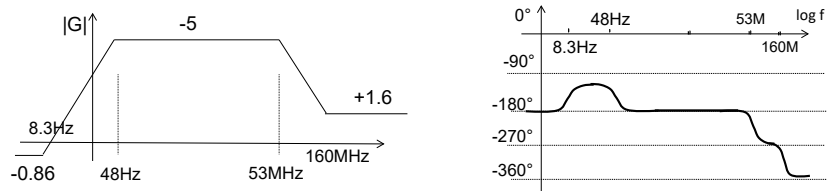
**E 9.25** Considerare l'amplificatore della figura seguente, utilizzando MOSFET aventi  $V_T=0.6V$ ,  $k=500\mu A/V^2$  e  $r_0=\infty$ .



- Calcolare il valore in DC della tensione all'uscita,  $V_u$ .
- Tracciare il Diagramma di Bode quotato del modulo e della fase della funzione di trasferimento  $G(s)=V_u(s)/V_{in}(s)$  del circuito, trascurando le capacità interne ai MOSFETs.
- Calcolare il massimo segnale sinusoidale,  $V_{in|_{max}}$  ad alta frequenza, applicabile all'ingresso
- Calcolare la distorsione (HD2) ottenibile in uscita per un segnale in ingresso sinusoidale ampio 10mV sia a bassa frequenza che ad alta frequenza e paragonare/commentare i risultati.
- Considerare ora anche la capacità  $C_{gd}=1pF$  del transistorore T1. Calcolare il nuovo polo e zero introdotti da  $C_{gd}$  e ridisegnare i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento completa del circuito.
- Aggiungere da ultimo anche la capacità  $C_{gd2}=4pF$  di T2. Calcolare il nuovo polo e ritracciare il grafico di Bode dell'intero circuito.

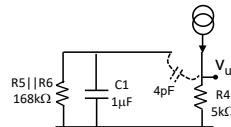
- $V_u \cong -1.5V$  ed entrambi i transistori sono correttamente in saturazione.
- La capacità C1 non è attraversata dal segnale e quindi non parteciperà al trasferimento. Pertanto  $f_z=8.3Hz$ ,  $f_p=48Hz$ ,  $G_{LF}=-0.86$ ,  $G_{HF}=-5$
- Entrambi i transistori hanno  $V_{GD} \cong 0V$ . Controllo quindi innanzitutto i segnali di ingresso negativi che alzano entrambi i Drain e possono fare uscire i transistori dalla saturazione. Per T1 il limite è  $v_{in}=-300mV$  mentre per T2 il limite è  $v_{in}=-100mV$ . Per segnali di ingresso positivi il limite è lo spegnimento di T1 che si ha quando  $v_{in}=1V$  (notare che C2 ad alta frequenza mantiene fisso il Source di T1 al valore di polarizzazione di 1.6V). Pertanto  $V_{in|_{max}}=100mV$ .
- $HD2_{LF}=0.007\%$ ,  $HD2_{HF}=0.25\%$ . L'effetto della presenza di R2 è molto evidente ma si manifesta solo a frequenza molto piccole.
- Le due capacità C2 e  $C_{gd}$  interagiscono tra di loro perché nel termine di guadagno di  $C_{gd}$  compare C2. Tuttavia dato che i due addendi sono molto

distanti tra loro, è come se C2 sia già intervenuta quando analizzo Cgd. Pertanto le nuove singolarità vanno semplicemente ad aggiungersi a quelle calcolate prima e sono  $f_{p2}=53\text{MHz}$ ,  $f_{z2}=160\text{MHz}$  (destra). I diagrammi quindi sono :

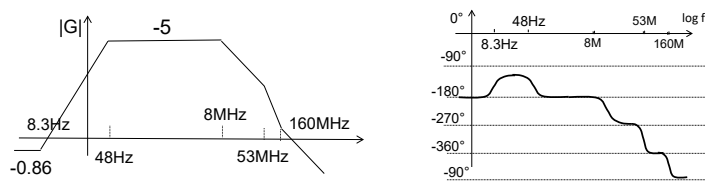


Ad altissima frequenza il Source di T1 è fisso, T1 è a transdiodo ed il trasferimento del segnale non è più invertente (come anche deducibile dal grafico della fase) e vale circa  $G(\infty)=+1.6$ .

a) Ora la capacità C1 rientra in gioco. La rete è la seguente:



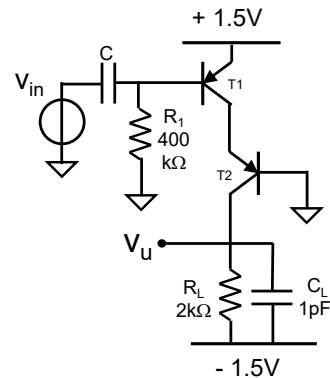
Risolta darebbe 2 poli ( $b=C1R5\parallel R6+Cgd(R5\parallel R6+R4)$ ) ed uno zero a  $s=-1/(R4\parallel R5(C1+Cgd))$  ottenuto imponendo che  $1/sCgd+R4\parallel R5/(1+sR4\parallel R5C1)=0$ . Nella pratica si ottiene una coppia polo-zero a frequenze molto basse (polo a 1 Hz)). Per il polo a più alta frequenza, se pensassimo al Gate di T2 come a massa (situazione vera a medio-alta frequenza dato l'alto valore di C1), otteniamo un polo alla  $\tau=CgdR4$  equivalente a  $f_p=8\text{MHz}$ . Il comportamento generale è quindi ben approssimabile dai seguenti grafici:



**E 9.26**

Consideriamo il circuito amplificante a BJT della figura accanto, i cui BJT abbiano  $\beta=250$  e  $V_a=\infty$

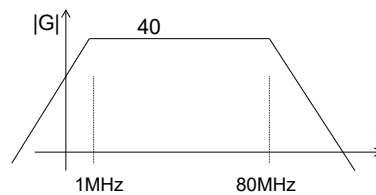
- Calcolare il valore della tensione  $V_u$  in assenza di segnale (Find the DC output voltage  $V_u$ ).
- Calcolare il valore di  $C$  affinché il guadagno del circuito abbia una banda passante da 1MHz a 80MHz. Calcolare anche il valore del guadagno in tale banda.
- Calcolare come si modificherebbe la banda passante del punto b) qualora si tenessero in conto le sole  $C_{\pi}=C_{BE}=0.2pF$  di entrambi i transistori.
- Calcolare come si modificherebbe la banda passante del punto b) qualora si tenessero ora in conto le sole  $C_{\mu}=C_{BC}=0.2pF$  di entrambi i transistori
- Commentare brevemente come mai, in entrambi i casi c) e d), la presenza delle capacità nei transistori T1 e T2 non abbia significativamente cambiato le cose !



- $V_u \cong -0.5V$ ,  $g_m=20mA/V$ ,  $1/g_m=50\Omega$ ,  $\beta/g_m=12.5k\Omega$ .
- Il polo a 80 MHz è dato da  $R_L$  e  $C_L$ . La capacità  $C$  dà uno zero nell'origine ed un polo a

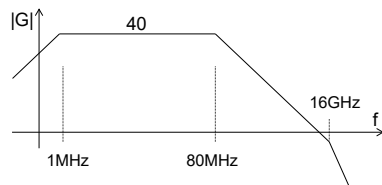
$$f = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R_1 \parallel \beta/g_m}$$

(C infatti non interagisce con  $C_L$  e vede ai suoi capi  $R_1$  in parallelo al  $\beta/g_m$  del transistore). Per avere il polo a  $f=1MHz$  bisognerà scegliere una  $C=13pF$ .  $G=-40$ .



- $C_{\pi 1}=0.2pF$  non altera lo zero, che rimane sempre nell'origine, ma va a porsi in parallelo a  $C=13pF$  per quanto riguarda il calcolo del polo. Dati i valori in gioco, il primo polo rimane sostanzialmente invariato a 1MHz. Il secondo polo a 80MHz non cambia.

$C_{\pi 2}=0.2pF$  introduce un nuovo polo alla frequenza di 16GHz.



- $C_{\mu 1}=0.2pF$  sappiamo che introdurrà un polo ed uno zero destro. Esso interagisce con  $C$  per cui il polo prevalente di quella parte di circuito sarà :

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi \cdot \left[ (C + C_{\mu} \cdot 2) \cdot \beta / g_m \parallel R1 + C_{\mu} \cdot 1 / g_m \right]} \cong 980 \text{kHz} .$$

Per trovare il secondo polo, cortocircuito C (perché interviene prima) e trovo  $f_{p2}=16\text{GHz}$ . Lo zero destro si trova anch'esso (casualmente) a  $f_z=16\text{GHz}$ .

$C_{\mu 2}$  si pone esattamente in parallelo a  $C_L$  modificando un po' la posizione del polo del carico, ora a  $f=66\text{MHz}$ .

Attenzione che lo zero destro si compensa con il polo nel diagramma del modulo ma la sua fase si somma a quella del polo aumentando lo sfasamento complessivo.

e) La presenza delle ulteriori capacità  $C_{\pi}$  e  $C_{\mu}$  non ha modificato significativamente la banda del circuito iniziale proprio perché si partiva bene da una configurazione Cascode che già di suo blocca e minimizza i contributi capacitivi presenti al suo interno.



**NOTE AVANZATE di PROGETTO (1)**

Lo stadio Cascode è usatissimo. Riuscire ad allargare la banda di un circuito semplicemente aggiungendo un transistor è effettivamente geniale. Ma oltre a questo lo stadio Cascode consente di aumentare anche la resistenza di uscita del circuito, con benefici in termini di guadagno.

Infatti la presenza di due transistori impilati porta ad un aumento della resistenza vista dall'uscita verso massa attraverso i due transistori, pari a (si veda il Cap.4, §4.2.7) :

$$r_u = r_{o2} \cdot (1 + g_m r_{o1}) + r_{o1}$$

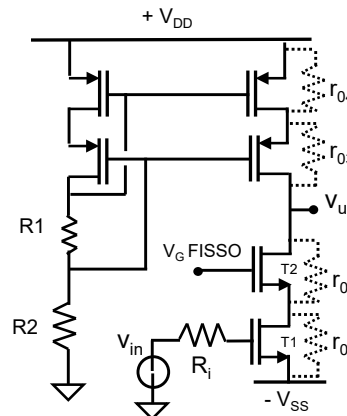
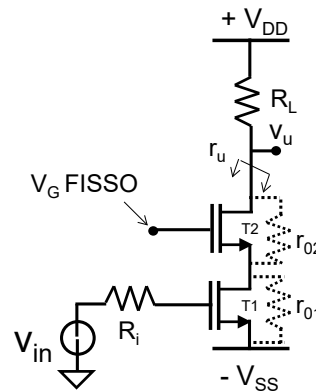
Esso va in parallelo ad  $R_L$  nel definire l'effettiva impedenza d'uscita del circuito. Un tale valore di  $r_u$  rischia tuttavia di essere molto più grande della resistenza di carico  $R_L$  e quindi di non dare tutto il vantaggio aspettato.

Se quindi l'obiettivo è quello di progettare uno stadio con il massimo guadagno possibile, come ad esempio può convenire fare quando si progetta l'interno di un Amplificatore Operazionale, bisogna cercare di aumentare anche il carico  $R_L$ , portandolo fino ad un valore paragonabile a  $r_u$ .

Un modo per fare ciò è mostrato nella figura accanto. Per avere l'impedenza verso lo specchio paragonabile a quella vista verso il cascode, lo specchio è stato realizzato con due transistori in cascata.

Inoltre, per non limitare eccessivamente l'escursione in tensione dell'uscita, lo specchio è stato agganciato in modo annidato (Cap.4) ed è stata introdotta la resistenze  $R_1$  per auto-polarizzare il secondo transistor.

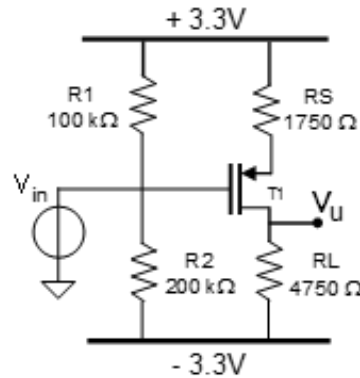
Sarà compito della retroazione tenere  $V_u$  ad un definito valore di polarizzazione.



### "SNOWBALL"

Di seguito vi propongo un esercizio con una serie incalzante di domande, come quelle che forse vi fareste se doveste analizzare un progetto aziendale di un vostro collega prima di mandarlo in produzione.

Si voglia usare il circuito della figura accanto per amplificare un segnale  $v_{in}(t)$  di tensione. Il MOSFET usato abbia  $V_T=0.9V$ ,  $k=800\mu A/V^2$  e  $V_A=\infty$

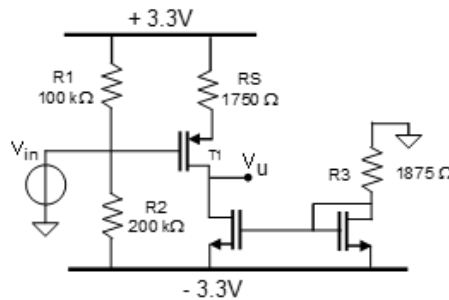


- Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.
- Che funzione hanno le due resistenze R1 ed R2?
- Quale è la percentuale di variazione massima consentita per il  $k$  di questo transistor nell'eventualità di una produzione su larghissima scala, oltre cui il transistor (e quindi il circuito) non funzionerebbe più bene ?
- Calcolare il guadagno per piccolo segnale a bassa frequenza del circuito.
- Calcolare la dinamica di ingresso del circuito per segnali sinusoidali.
- Calcolare la distorsione del circuito quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale ampio 80mV.
- Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false :
  - Il circuito beneficia del fatto che il MOSFET sia considerato ideale. Se avesse una  $r_0$  finita la distorsione sarebbe maggiore. V o F ?
  - La distorsione è piccola unicamente perché c'è una partizione di  $v_{in}$  tra il MOSFET ed  $R_S$  che semplicemente riduce il segnale effettivo di comando tra Gate e Source. V o F ?
  - La distorsione è piccola perché sia al Gate che al Source si presentano solo segnali di prima armonica e conseguentemente il MOSFET produce la minima quantità di seconda armonica possibile. V o F ?
  - Per ridurre ulteriormente la distorsione potrei pensare di mettere una capacità in parallelo ad  $R_S$ , che non mi altererebbe la polarizzazione. V o F ?
- Supporre ora che il MOSFET abbia  $C_{gd}=0.8pF$  ( $C_{gs}=0$ ). Calcolare l'espressione della funzione di trasferimento del circuito e disegnarne i diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.
- Confrontare la densità spettrale di rumore prodotta in uscita dalla resistenza  $R_S$  e dal MOSFET, calcolandone i valori. Calcolare successivamente il valore

RMS complessivo del rumore in uscita dovuto a queste due sorgenti quando sia presente  $C_{gd}=0.8\text{pF}$ .

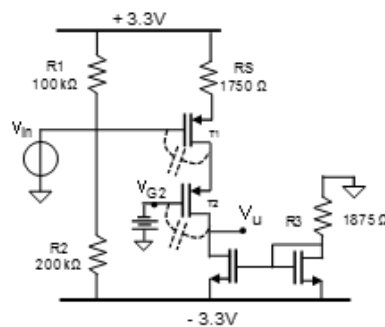
- j) Calcolare il valore della densità spettrale di rumore in uscita dovuto alle due resistenze di polarizzazione di Gate, R1 e R2
- k) Calcolare il valore dell'ampiezza del segnale in ingresso  $v_{in}(t)$  che permetta di avere in uscita un  $S/N=1$ .

- l) Se si volesse guadagnare tra ingresso ed uscita di più di quanto calcolato fino ad ora, si potrebbe pensare di sostituire  $R_L$  con un carico attivo, come a lato. Supponiamo di utilizzare degli nMOSFET con  $V_T=0.9\text{V}$ ,  $k=800\mu\text{A}/\text{V}^2$  e  $V_A=7.7\text{V}$  (il pMOSFET rimane ideale). Calcolare la corrente circolante nel ramo di destra dello specchio.



- m) Calcolare il valore in DC di  $V_u$ .
- n) Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito e disegnare la nuova funzione di trasferimento in modulo e fase in diagrammi quotati.
- o) Se volessi guadagnare ancora di più cosa potrei fare tra le cose qui sotto proposte?
  - Sceglierei degli nMOSFET con  $V_A$  maggiore? V o F
  - Polarizzerei il circuito con più corrente? V o F
  - Progetterei i transistori con L più grande? V o F

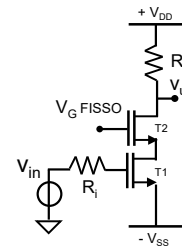
- p) Se si volesse estendere la banda del circuito si potrebbe pensare di aggiungere un altro transistor a formare un circuito Cascode. Supponiamo che questo nuovo transistor sia ideale ( $V_A=\infty$ ) e che abbia  $C_{gd}=0.8\text{pF}$ . A quale tensione fissereste il potenziale  $V_{G2}$  del Gate e perché?



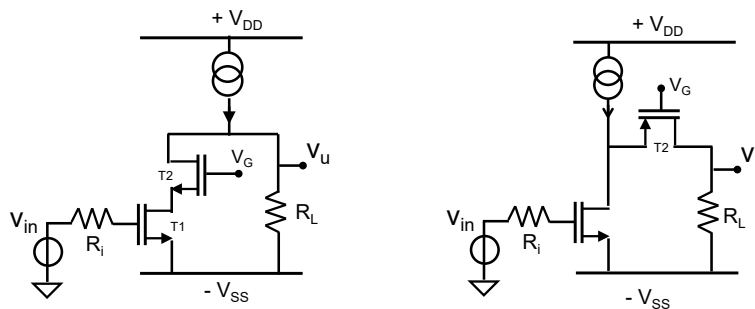
- q) Calcolare di quanto si sia estesa la banda passante rispetto a prima. Ricordarsi di considerare la  $C_{gd}=0.8\text{pF}$  ( $C_{gs}=0$ ) del transistor T2 aggiunto del Cascode oltre alla  $C_{gd}$  di T1.
- r) Calcolare quanto rumore introduce il transistor del Cascode in aggiunta ai rumori precedentemente già calcolati.

### NOTE AVANZATE DI PROGETTO (2)

Un difetto dello stadio Cascode con i transistori impilati come nella figura qui accanto è la riduzione della possibile escursione negativa della tensione di uscita. Rispetto infatti allo stesso circuito senza il transistore a buffer di corrente, quest'ultimo ruba almeno una tensione di overdrive alla dinamica prima a disposizione della tensione di uscita.



Una soluzione possibile è quella illustrata nei due esempi seguenti.



In essi il transistore del buffer non è impilato sopra il transistore di guadagno ma è collocato in modo da ribaltare il segnale in giù verso un carico uguale al precedente ma ora avente a disposizione quasi tutta l'alimentazione e non solo una sua frazione. Tali soluzioni sono anche chiamati **Folded Cascode**.

Un ulteriore vantaggio di queste realizzazioni sta nel fatto che ora i due transistori ed il carico possono essere percorsi da correnti diverse:

- i) nel transistore di guadagno posso fare circolare una corrente di polarizzazione elevata così da avere una  $g_m$  elevata (e quindi un guadagno elevato) senza che questo mi limiti il valore di  $R_L$ ;
- ii) nel buffer del Cascode posso scegliere il valore di corrente per soddisfare le esigenze di banda (tramite il suo valore di  $g_m$ ) e/o di guadagno scegliendo un valore di  $R_L$  anche molto elevato.

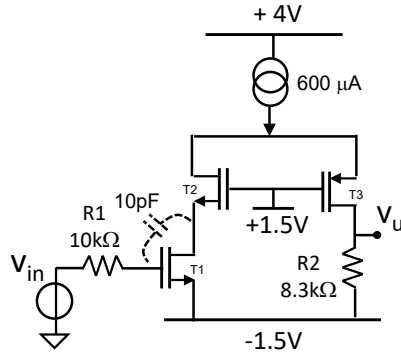
Negli esercizi che seguono vengono analizzati questi aspetti in dettaglio.

**E 9.21** Considerare il circuito accanto che utilizza un MOSFET avente  $V_T=0.5V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=300\mu A/V^2$  e caratteristiche ideali ( $V_A=\infty$ )

a) Calcolare il valore della tensione  $V_u$  in assenza di segnale e calcolare il valore del guadagno  $G=v_u/v_{in}$  del circuito a bassa frequenza;

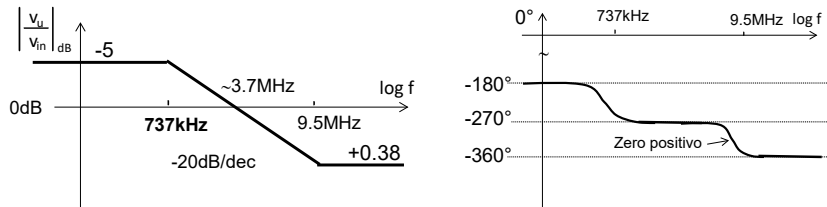
b) Considerare la capacità  $C_{gd}=10pF$  del solo transistor  $T1$ . Disegnare l'andamento in frequenza del guadagno  $G=v_u(s)/v_{in}(s)$  in un diagramma di Bode quotato calcolandone i poli e zeri. Confrontarlo con quello ottenuto al punto a).

c) Calcolare la massima ampiezza di una sinusoide a bassa frequenza applicabile all'ingresso del circuito



a)  $V_G=0V$ ,  $I_{D1}=I_{D2}=I_{D3}=300\mu A$ ,  $1/g_{m1}=1/g_{m2}=1/g_{m3}=1666\Omega$ ,  $V_u=+1V$  : tutti i MOSFET sono polarizzati correttamente.  $G(0)=-5$ .

b) I diagrammi di Bode sono i seguenti:



Si noti che la banda è aumentata perché il guadagno ai capi della capacità è ora ridotto a -1 grazie all'impedenza  $1/g_m$  di  $T2$ ; lo zero è positivo (uguale a prima in valore) ed aggiunge sfasamento; il valore di guadagno ad alta frequenza tiene conto del fatto che  $T1$  opera a transdiodo e bisogna calcolare la partizione di corrente che prosegue in  $T2$ ; il guadagno passa da invertente a bassa frequenza a positivo ad alta frequenza.

c) Considero **Vin positivi** : all'aumentare di  $V_{in}$ , aumenta la corrente in  $T1$  e diminuisce la tensione al suo Drain. Devo quindi stare attento che  $T1$  non entri in zona ohmica. Poiché in polarizzazione  $V_G=0V$  e  $V_D=0V$  ed il guadagno tra i due punti è  $G=-1$ , ne segue che  $v_{in|\pm}=250mV$ . Poiché mentre  $V_{in}$  aumenta, la corrente in  $T3$  diminuisce, controllo che corrispondentemente questa non sia già arrivata a zero: se  $v_{in}=250mV$ ,  $\Delta I_3=150\mu A < 300\mu A$  e quindi a posto.

Considero **Vin negativi** : la corrente in  $T1$  diminuisce e quindi non ho problemi né su  $T1$  né su  $T2$ . Devo invece stare attento perché aumenta la corrente sul carico e questo può portare  $T3$  ad entrare in zona ohmica. Poiché in

polarizzazione  $V_{GT3}=+1.5V$  e  $V_U=+1V$ ,  $V_u$  può salire fino a  $+2V$  ( $\Delta V_u=1V$ ).  
 Considerando il guadagno del circuito, ricavo  $v_{in}|_{-}=200mV$ .  
 In conclusione, una sinusoide in ingresso potrà avere una ampiezza massima  $v_{in}|_{MAX}=200mV$ .

**E 9.22**

Considerare il circuito della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano tutti  $V_T=0.6V$ ,  $k=500\mu A/V^2$  e  $V_A=\infty$   
 a) Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.

b) Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito.

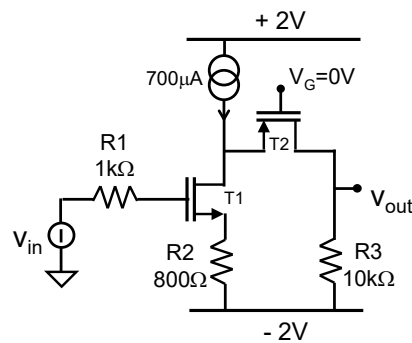
c) Calcolare la massima variazione positiva che il segnale  $V_{in}$  può assumere.

d) Calcolare la massima variazione negativa che il segnale  $V_{in}$  può assumere.

e) Modificare il valore di  $V_G$  per estendere la dinamica dell'uscita al massimo possibile.

f) Calcolare la distorsione del circuito quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale ampio  $50mV$ .

g) Calcolare l'espressione del guadagno del circuito e disegnarne i diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase quando è presente la capacità  $C_{gd}=1pF$  di tutti i transistori.

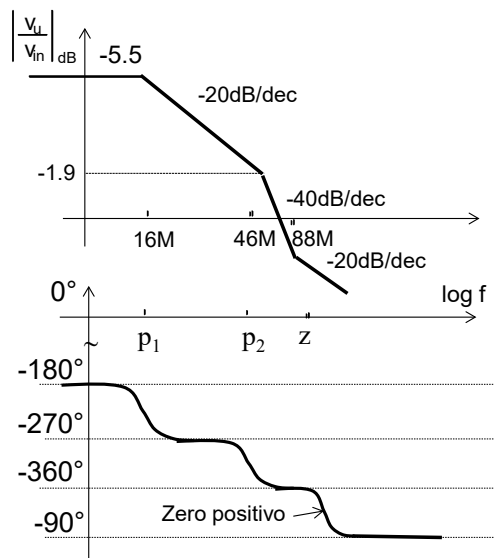


- a)  $I_{T1}=500\mu A$ ,  $1/g_{m1}=1k\Omega$ ,  $V_{D1}=1.23V$ ,  $I_{T2}=200\mu A$ ,  $1/g_{m2}=1.590k\Omega$ ,  $V_{out}=0V$ .
- b)  $G \approx -5.5$
- c) All'aumentare di  $v_{in}$ , T1 porterà più corrente e T2 meno corrente, in quanto la loro somma è fissata in  $700\mu A$ . Devo quindi fare attenzione i) all'uscita dalla saturazione di T1 (quando  $v_{in}$  sale si ha che  $v_{d1}$  scende e questo potrebbe portare in Ohmico T1) e/o ii) all'interdizione di T2 (quando  $v_{in}$  sale la corrente in T2 arriva ad azzerarsi). Questa seconda condizione viene raggiunta per prima, quando in ingresso si applica  $v_{in}=+340mV$ .
- d) Al diminuire di  $v_{in}$ , T2 porterà più corrente. Devo quindi stare attento i) all'eventuale spegnimento di T1 e/o ii) alla salita eccessiva di  $V_{out}$  tale da portare T2 fuori dalla saturazione. Questa seconda condizione viene raggiunta per prima, quando in ingresso si applica  $v_{in}=-108mV$ .
- e) Immaginando che il generatore di corrente da  $700\mu A$  continui a funzionare fino a zero tensione ai suoi capi,  $V_G=+0.77V$ . La tensione necessaria ai capi del generatore di corrente andrà a diminuire questo valore.
- f)  $HD_2 = v_{gs}/4V_{od} \times 1/(1+g_m R_2) = 0.375\%$

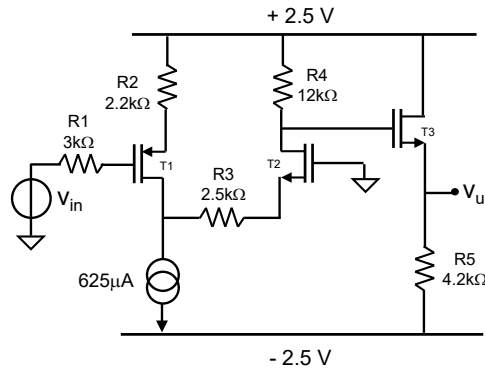
- g) Le 2 capacità vengono interessate dal segnale ma non interagiscono tra loro, per cui daranno due poli indipendenti.  $C_{gd1}$  darà anche uno zero destro e  $C_{gd2}$  non potrà dare alcuno zero aggiuntivo. Per cui la funzione di trasferimento sarà della forma :

$$h) G(s) = G(0) \frac{(1 - s\tau_z)}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

- i) in cui  $G(0) = -5.5$ ,  $f_{p1} = 15.9\text{MHz}$ ,  $f_{p2} = 46\text{MHz}$  ed  $f_z = 88\text{MHz}$ . Grazie al cascode T2, la  $f_{p2}$  è spostata a frequenza ben maggiore di  $f_{p1}$  (senza il cascode la banda del circuito sarebbe stata molto più limitata, ben minore dell'attuale 15.9MHz).



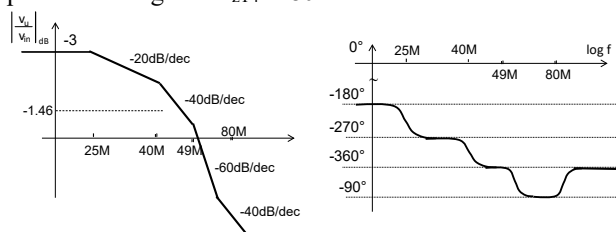
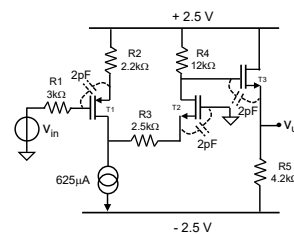
**E 9.24** Con riferimento all'amplificatore a MOSFET della figura seguente, in cui i transistori abbiano  $V_T=0.4V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=500\mu A/V^2$  e  $V_A=\infty$  :



- Calcolare la polarizzazione del circuito.
- Calcolare il guadagno  $G=v_u/v_{in}$  del circuito a bassa frequenza
- Considerare la capacità  $C_{gs}=2pF$  di tutti i transistori. Calcolare i poli e zeri della funzione di trasferimento  $T(s)=V_u/V_{in}$  del circuito e tracciarne i diagrammi quotati di Bode del modulo e della fase.
- Considerare la capacità  $C_{gd}=1pF$  di tutti i transistori. Calcolare i poli e zeri e tracciarne i diagrammi quotati di Bode del modulo e della fase.
- Considerare ora sia la capacità  $C_{gs}=2pF$  che la capacità  $C_{gd}=1pF$  di tutti i transistori. Calcolare i poli e zeri e tracciarne i diagrammi di Bode.

- $I_{T1}=0.5mA$ ,  $V_u=-0.4V$ ,  $1/g_{m1}=1/g_{m3}=1k\Omega$ ,  $1/g_{m2}=2k\Omega$ .
- $G=-3$
- Le 3 capacità non interagiscono tra di loro e pertanto contribuiranno con tre poli reali e distinti :  
 $f_{p1}=49MHz$  (3.25ns),  $f_{p2}=40MHz$  (4ns),  
 $f_{p3}=25MHz$  (6.2ns).

Il transistore T3 contribuisce anche per uno zero con parte reale negativa:  $f_{zT4}=80MHz$

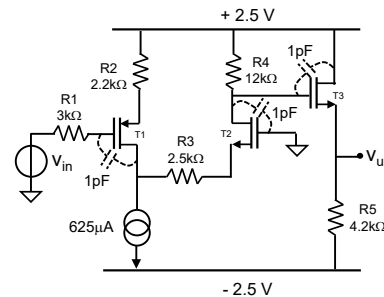
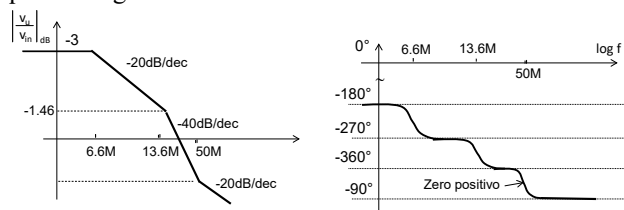




- d)  $C_{gd|T1}$  non interagisce con le altre capacità. Essa introduce un polo  $f_{pT1}=13.6\text{MHz}$  ( $\tau_{T1}=11.8\text{ns}$ ) ed uno zero positivo alla frequenza  $f_{zT1}=50\text{MHz}$ .

Le altre due capacità sono in parallelo tra loro e determinano un polo a  $f_{p2}=6.6\text{MHz}$  ( $\tau=24\text{ns}$ ).

I diagrammi di Bode del trasferimento saranno quindi i seguenti :



- e) Il transistore T2 separa due mondi, al cui interno le capacità interagiscono.

A sinistra le tre capacità  $C_{sg1}$ ,  $C_{gd1}$  e  $C_{gs2}$ , il cui polo prevalente sarà ottenuto dal termine :

$$b=3.25\text{ns}+11.8\text{ns}+4\text{ns}=19\text{ns}, \text{ fornendo } f_{pa}=8.4\text{MHz}.$$

Cortocircuitando  $C_{gdT1}$ , si ottiene il successivo polo come

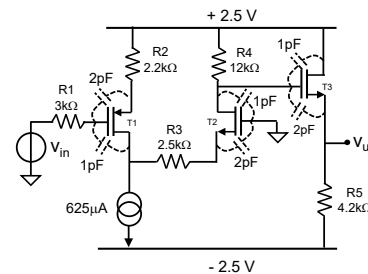
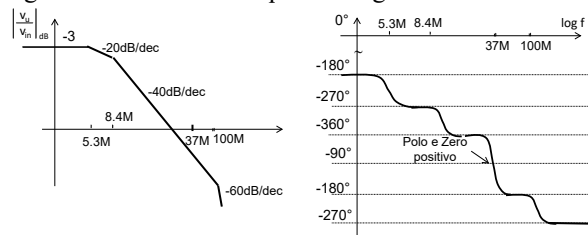
$b'=1.6\text{ns}+2.7\text{ns}=4.3$  fornendo  $f_{pb}=37\text{MHz}$ . Indifferentemente da quale delle restanti capacità venga cortocircuitata, il terzo polo si trova a circa  $f_{pc}=100\text{MHz}$ .

Rimane presente lo zero positivo alla frequenza  $f_{zT1}=50\text{MHz}$ .

Separati da T2 troviamo  $C_{dg2}$ ,  $C_{gd3}$  e  $C_{gs3}$  che tra loro interagiscono. Il loro termine  $b=24\text{ns}+6.2\text{ns}=30.2\text{ns}$  a cui corrisponde  $f_{pd}=5.3\text{MHz}$ .

Cortocircuitando le due capacità in parallelo, otteniamo il quinto polo  $f_{pe}=99\text{MHz}$ . Rimane presente lo zero negativo alla frequenza  $f_{zT4}=80\text{MHz}$  che in pratica cancella  $f_{pe}$ .

I diagrammi di Bode sono quindi i seguenti :



**E 9.23**

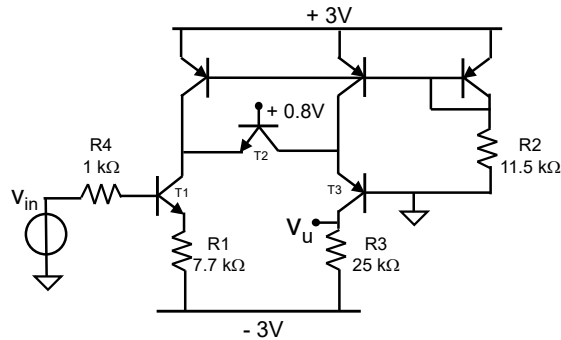
Si consideri il circuito accanto, i cui BJT hanno  $\beta=300$  e  $V_a=\infty$ .  
 a) Calcolare la tensione  $V_u$  in assenza di segnale.

b) Calcolarne il guadagno  $G=V_u/V_{in}$  a bassa frequenza.

c) Supporre che i BJT  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$

abbiano  $f_T=2\text{GHz}$  e  $C_\mu=.1\text{pF}$ . Discutere quanti poli dovrà necessariamente avere il circuito e trovare il valore di ognuno di essi.

d) Confrontare il risultato con il polo dominante che si sarebbe ottenuto in un circuito analogo ma senza  $T_2$  e  $T_3$ , in modo da commentare il possibile vantaggio del doppio cascode anche in un caso come questo in cui il transistore di ingresso sia degenerato con  $R_1$ .

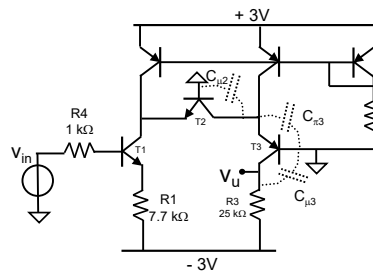


d)  $V_u \cong -0.5\text{V}$ .  $1/g_{m1}=83\Omega$ ,  $1/g_{m2}=250\Omega$ ,  $1/g_{m3}=250\Omega$ .

e)  $G \cong -3.2$

f) Ricordando la relazione del singolo transistore

$$f_T = \frac{1}{2\pi(C_\pi + C_\mu)1/g_m}, \text{ si ricavano } C_{\pi 1}=860\text{fF}, C_{\pi 2}=218\text{fF}, C_{\pi 3}=218\text{fF}.$$



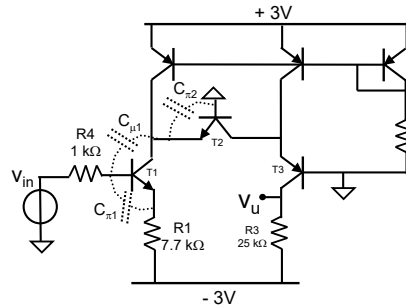
La capacità  $C_{\mu 3}$  non interagisce con le altre grazie al collegamento di massa alla base di  $T_3$ . Essa fornisce quindi un polo semplicemente a

$$f_{p5} = \frac{1}{2\pi C_{\mu 3} \cdot R_3} = 64 \text{ MHz}.$$

Le capacità  $C_{\mu 2}$  e  $C_{\pi 3}$  sono tra loro in parallelo. Esse non interagiscono con le altre grazie ai collegamenti di massa alla base di  $T_2$  e  $T_3$ . Il corrispondente polo è quindi semplicemente pari a

$$f_{p4} = \frac{1}{2\pi(C_{\mu2} + C_{\pi3}) \cdot 1/g_{m3}} = 2 \text{ GHz.}$$

Le capacità  $C_{\pi1}$ ,  $C_{\mu1}$  e  $C_{\pi2}$  invece interagiscono tra loro.



Per tale motivo conviene procedere a calcolare :

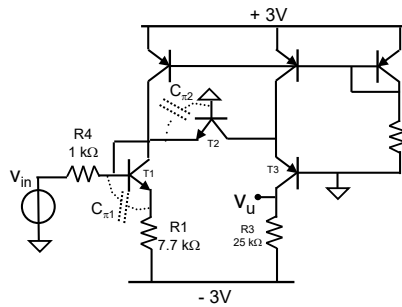
$$b = C_{\pi1} \left[ R4 \parallel \beta/g_{m1} \cdot \left( 1 - \frac{R_1}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_1 \parallel 1/g_{m1} \right] +$$

$$C_{\mu1} \left[ R4 \parallel (\beta/g_{m1} + \beta R_1) \cdot \left( 1 + \frac{1/g_{m2}}{1/g_{m1} + R_1} \right) + 1/g_{m2} \right] + C_{\pi2} 1/g_{m2}$$

Con i valori del circuito in esame si ottiene:

$b = 78\text{ps} + 128\text{ps} + 54\text{ps} = 260\text{ps}$ , che fornisce un polo a  $f_{p3} = 612 \text{ MHz}$

Facendo intervenire  $C_{\mu1}$ , esploriamo il polo a frequenza più elevata:



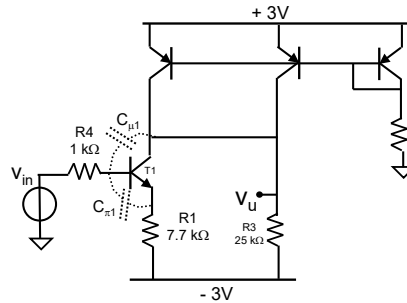
Per questa nuova situazione il termine b è:

$$b = C_{\pi1} \left[ R_1 + (R4 \parallel 1/g_{m2}) \right] \parallel 1/g_{m1} + C_{\pi2} \left[ R4 \parallel (1/g_{m1} + R_1) \parallel 1/g_{m2} \right]$$

$$= 72\text{ps} + 44\text{ps}, \text{ che fornisce un polo a } f_{p2} = 1.4 \text{ GHz.}$$

L'ultimo polo, conseguente alla chiusura di  $C_{\pi1}$ , fornisce circa 2 GHz.

g) Il circuito senza il doppio cascode avrebbe l'aspetto seguente :



Il termine b sarebbe:

$$b = C_{\pi 1} \left[ R4 \parallel \beta / g_{m1} \cdot \left( 1 - \frac{R_1}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_1 \parallel 1/g_{m1} \right] +$$

$$C_{\mu 1} \left[ R4 \parallel (\beta / g_{m1} + \beta R_1) \cdot \left( 1 + \frac{R_3}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_3 \right]$$

$b = 78\text{ps} + 3\text{ns} = 3.1\text{ns}$  da cui si ottiene  $f_p = 51\text{MHz}$ . Esso è solo di poco migliore rispetto al caso precedente. In effetti la presenza di  $R_1$  rende piccolo il guadagno di tensione tra Base e Collettore di  $T_1$ , riducendo i vantaggi introducibili dal cascode.

*Concludendo questo nono capitolo hai concluso la tua nona fatica. Sentiti sempre come Ercole.*

Euristeo ordinò ad Ercole, come nona fatica, di impadronirsi della cintura che il dio Ares aveva donato a Ippolita, regina delle Amazzoni, e portarla alla figlia Admete che la desiderava. Le amazzoni erano donne guerriere. Se una di esse aveva una relazione con un uomo e restava incinta, allevavano solo le figlie femmine; si tagliavano la mammella destra per non avere impedimenti nel maneggiare le armi e la sinistra la lasciavano per poter allattare.

Ercole si mise per mare e dovette superare molte prove lungo il percorso prima di riuscire ad approdare nel porto di destinazione. Sbarcato, Ercole incontrò Ippolita che se ne invaghì e promise la cintura come pegno d'amore. Ma le altre Amazzoni, temendo un rapimento, si armarono e corsero a cavallo verso la nave. Ercole, quando le vide arrivare in assetto di battaglia, sospettò un tradimento, uccise Ippolita, le strappò la cintura e, dopo averle sbaragliate tutte, salpò.

In viaggio verso Micene, Ercole accorse in aiuto di Laomedonte, re di Troia, tormentato da un terribile mostro inviato da Poseidone, in collera con il re che non aveva pagato al dio il compenso pattuito per la costruzione delle prodigiose mura di Troia. Gli oracoli avevano rivelato che quella disgrazia avrebbe avuto fine se Laomedonte avesse esposto sua figlia in pasto al mostro. Ercole vide la fanciulla esposta sullo scoglio e promise che l'avrebbe salvata se Laomedonte gli avesse ceduto le cavalle sacre che Laomedonte aveva ricevuto da Zeus. Ercole uccise il mostro ma, dopo che la principessa fu salva, Laomedonte non mantenne, come d'abitudine, la parola data, e l'eroe ripartì covando nel cuore propositi di vendetta. Giunto infine a Micene, consegnò la cintura a Euristeo.

